

DIRECCIÓN DE FORMACIÓN CONTINUA

Área: Matemática

Nivel: ES

Proyecto de Capacitación

Título del proyecto: “Las funciones polinómicas en la Educación Secundaria”

Destinatarios: Docentes de matemática de ES y modalidades

Formato de Capacitación: Curso presencial

Localización: Provincia de Bs. As.

Responsable: Equipo Central de Capacitación

SÍNTESIS DEL PROYECTO

Desde un constante diálogo con las prácticas docentes, se analizará el Marco General para la Educación Secundaria y el Diseño Curricular de Matemática para el 4º año.

Centrados en la enseñanza de la Matemática, se discutirán las elecciones que se realicen respecto de los tipos de problemas y su secuenciación, las interacciones que se promuevan entre los alumnos, las modalidades de intervención docente y las propuestas de evaluación.

También se propondrán instancias que permitan a los capacitandos reflexionar acerca de los conocimientos que traen los alumnos a fin de organizar un plan de trabajo que incite a la reflexión, a la discusión y a la confrontación, y a partir de ello, a la elaboración de nuevos conocimientos.

Las mencionadas reflexiones y profundizaciones serán ejemplificadas mediante los contenidos correspondientes al tratamiento de las funciones polinómicas a lo largo de varios años de la ES y focalizándose en 4º año de la ES, acorde con la propuesta de dicho Diseño Curricular.

DESTINATARIOS

Docentes de matemática de la ES y modalidades

FUNDAMENTACIÓN

En función de la nueva organización de la Educación Secundaria del Sistema Educativo Provincial, y a fin de avanzar en el análisis del enfoque que orienta la elaboración del Marco General de la Educación Secundaria y su incidencia en la implementación del Diseño Curricular de Matemática, se hace necesario generar un trabajo en esa línea.

En el enfoque adoptado en el Diseño Curricular de Matemática, se considera que hay diferentes formas de acceder a un concepto matemático, que dependen de todo lo que el alumno haya podido realizar con relación a ese concepto. Es éste un punto de partida fundamental para repensar la capacitación docente. Citando dicho diseño: “*El docente es responsable de organizar situaciones de enseñanza que presenten desafíos*”

que los alumnos sean capaces de aceptar generando interés por la resolución de los problemas, lo que les permitirá construir nuevos conocimientos.”

Estas situaciones deben contemplar momentos de resolución individual; momentos en los que se discuta colectivamente sobre lo que se ha producido y momentos en los que el docente aporte la información necesaria para ayudar a los estudiantes a identificar, entre el conjunto de relaciones movilizadas, aquellas importantes para retener y ser utilizadas en otras situaciones.

El mencionado enfoque será abordado a partir del tratamiento didáctico de las funciones polinómicas, las expresiones algebraicas asociadas a ellas y el análisis de estas funciones a partir de un marco gráfico y sus aproximaciones. La temática ha sido señalada en función de las dificultades que genera el tratamiento de contenidos algebraicos, dificultades reconocidas tanto por profesores y como por los especialistas en la didáctica de esta disciplina.

Finalmente, queremos destacar que esta propuesta de capacitación intenta favorecer la constante reflexión sobre la práctica como instancia privilegiada de construcción de conocimientos acerca de la enseñanza. Instancia que esperamos, trascienda los tiempos de la presente capacitación y de este modo permita, entre otras cuestiones, realizar la revisión del diseño.

OBJETIVOS

Con diferente grado de generalidad, y especialmente centrados en la temática seleccionada, nos proponemos que los docentes que participan de esta capacitación puedan:

- Profundizar sus conocimientos acerca del Marco General para la Educación Secundaria en la Provincia de Buenos Aires y del Diseño Curricular de Matemática para el 4º año de Educación Secundaria sin perder de vista su articulación con el resto de los años.
- Revisar y actualizar contenidos disciplinares y didácticos de la Matemática desde el enfoque adoptado en los mencionados documentos curriculares.
- Reconocer problemas relevantes de la enseñanza y del aprendizaje de la Matemática, a fin de abordar su tratamiento desde marcos teóricos específicos.
- Analizar propuestas de enseñanza y de evaluación fundamentadas desde los supuestos teóricos que se sustentan.
- Identificar estrategias para que los alumnos tengan control sobre las propias producciones y pongan en juego diferentes formas de validación del trabajo realizado.
- Analizar diferentes producciones de los alumnos reconociendo el carácter constructivo del error en el aprendizaje.

CONTENIDOS

Unidad 1: Marco general para la Educación Secundaria Básica y la Enseñanza de la Matemática en la ES

La Educación Secundaria en el Sistema Educativo Provincial. Fundamentos de la propuesta para la Educación Secundaria. La Matemática en la Escuela Secundaria. Enseñar Matemática en la ES. La producción de conocimiento matemático.

Unidad 2: Reflexiones acerca de la enseñanza de las funciones polinómicas.

La enseñanza de las funciones. Coordinación entre el marco gráfico y algebraico y control de los conocimientos producidos. Funciones como instrumentos de modelización y como objetos de estudio.

Unidad 3: Propuestas para la enseñanza de las funciones polinómicas

El rol del problema en la enseñanza de las matemáticas. Los problemas como condición necesaria pero no suficiente para lograr aprendizajes matemáticos: el espacio de la reflexión sobre lo actuado. Las organizaciones grupales posibles y su importancia en los aprendizajes. La gestión del docente y las interacciones en la clase: interacciones entre los alumnos y los problemas, entre los alumnos entre sí, entre los alumnos con el docente. Criterios de secuenciación. Propuestas de evaluación. Ejemplos referidos a las funciones las ecuaciones, las inecuaciones y los sistemas lineales.

DURACIÓN Y CARGA HORARIA:

20 horas reloj en total (30 horas cátedra) distribuidas del siguiente modo: 12 horas reloj presenciales (18 horas cátedra) y 8 horas reloj no presenciales (12 horas cátedra)

Propuesta didáctica

Mediante la inclusión de las actividades de las características que se detallan, se pretende que los capacitandos construyan un saber sobre la acción educativa tal como ésta se lleva a cabo, para comprender sus finalidades, modalidades, dificultades, y puedan reconocer la práctica educativa como objeto de conocimiento y su análisis como eje del proceso formativo.

Características de las actividades presenciales

A partir del enfoque en el que se enmarca nuestro diseño y de los aportes de la bibliografía indicada se realizarán las siguientes actividades:

- Análisis del Diseño Curricular de Matemática de Cuarto Año de la Educación Secundaria y de la bibliografía propuesta.
- Revisión de cuestiones vinculadas al tratamiento de las funciones polinómicas, gráficos y expresiones asociadas a ellas.
- Análisis y reformulación de propuestas didácticas que permitan la apropiación de los nuevos enfoques de enseñanza de contenidos y resignificación de los ya existentes.
- Reflexión acerca de las ideas previas y del marco didáctico-pedagógico que subyace en la forma de trabajo de los docentes

Características de las actividades no presenciales

- Lectura del Diseño Curricular de Matemática de Cuarto Año de la Educación Secundaria y de la bibliografía propuesta.
- Puestas en aula, realización de observaciones y elaboración de registros.
- Análisis y elaboración de situaciones que permitan la apropiación de los nuevos enfoques de enseñanza de contenidos y resignificación de los ya existentes.

Evaluación

Se proponen las siguientes instancias de evaluación:

- Una evaluación diagnóstica que permita relevar expectativas, conocimientos previos y supuestos de los docentes en relación con la temática a abordar.
- Una evaluación en proceso, en la que se utilizarán los siguientes instrumentos: registro de los encuentros (cuaderno del capacitador), registro de correcciones de trabajos no presenciales, registros de las respuestas o reflexiones realizadas por los docentes en las tareas presenciales, instrumento de valoración del encuentro, entre otros.
- Una evaluación sumativa presencial, individual y escrita.

Se solicitará la realización de un análisis didáctico de una propuesta de enseñanza especialmente seleccionada y la fundamentación teórica sobre la base de la bibliografía abordada en el curso.

Para acreditar el Curso es necesario que el docente participante:

- cumpla con por lo menos el 85% de asistencia de las horas presenciales.
- participe activamente en los encuentros.
- entregue en tiempo y forma las actividades no presenciales.
- interactúe en todas las tutorías digitalizadas previstas
- cumpla en forma adecuada con todas las instancias de evaluación descriptas.

BIBLIOGRAFÍA

Para los capacitandos

- Barallobres, G. (2000): *Algunos elementos de Didáctica del álgebra*, en Estrategias de Enseñanza de la Matemática, Universidad Virtual de Quilmes.
- Berté, A. (1993) *Matemática Dinámica, Situación de Enseñanza N° 5*. Buenos Aires : a-Z Editora.
- *Diseño Curricular para la Educación Secundaria Básica. Matemática, 3º año.* (2007). La Plata, Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires.
- Charlot, B. (1986) "La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las matemáticas". Conferencia dictada en Cannes.
- Charnay, R. (1991) *Del análisis de los errores de los alumnos a los dispositivos de remediación: algunas pistas*. Traducción mimeo. Bs. As, Programa de Transformación para la Formación docente. Dirección Nacional de Programas y Proyectos. Ministerio de Cultura y Educación de la Nación.

- Fioriti, G. y Sessa, C. (Coords). (2015) Introducción al trabajo con polinomios y funciones polinómicas: *Incorporación del programa Geogebra al trabajo matemático en el aula*. Unipe: Editorial Universitaria
- Llanos, V. , Otero, M. R. y Gazzola, M. P. (2016) *Estudio de las funciones algebraicas en la escuela secundaria: una propuesta para su enseñanza en los marcos geométrico, analítico, gráfico y funcional*. 1° ed. Tandil. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires
- LLANOS, V. C.; OTERO, M. R.; BILBAO, M. P. Funciones Polinómicas en la Secundaria: primeros resultados de una Actividad de Estudio y de Investigación (AEI). **REIEC**, Tandil, v.6, n.1, p.102-112, ene./jul. 2011. Disponible en: <http://reiec.sites.exa.unicen.edu.ar/volumen-6-nro-1-2011-1>
- LLANOS, V. C.; OTERO, M. R. Las funciones polinómicas de segundo grado en el marco de un Recorrido de Estudio y de Investigación (REI): alcances y limitaciones. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNIÓN*, España, v.31, n.3, p.45-63, 2012.
- Marco General para la Educación Secundaria en la Provincia de Buenos Aires (2006). La Plata, Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires.
- Panizza , M. (2005) *Razonar y conocer*. Buenos Aires, Serie Formación Docente. Libros del Zorzal.
- Panizza, M, Sadovsky, P, Sessa, C. (1995) *Los primeros aprendizajes algebraicos. Cuando las letras entran en la clase de Matemática*. Córdoba, UMA, REM.
-(1996) *Los primeros aprendizajes algebraicos. El fracaso del éxito*.
-(1999) *La ecuación lineal con dos variables: entre la unicidad y el infinito*. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 17, N°3, pp. 453-46.
- Sadovsky, P. (2005) *Enseñar Matemática Hoy*. Buenos Aires, Serie Formación Docente. Libros del Zorzal.
- Segal, S. y Giuliani, D, (2008) *Modelización Matemática en el aula: Posibilidades y necesidades*. Buenos Aires. Libros del Zorzal
- Sessa, Carmen, *Iniciación al estudio didáctico del Algebra*. Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.

Para el capacitador:

Además de la bibliografía complementaria propuesta para los docentes participantes, se propone el material bibliográfico que se detalla a continuación:

- Achilli, E. (2004) *Investigación y Formación Docente*. Rosario. Editorial Laborde
- Alen, B. (2000) “Los procesos evaluativos en la capacitación docente”, en *Programa Provincial de Formación Continua*. La Plata, Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires.
- Charnay, R. (1996) *Pourquoi des mathématiques à l'école* Capítulos 6 y 7. París, ESF éditeur.

- D'Amore, Bruno. *Reflexiones sobre algunos conceptos clave de la investigación en Educación Matemática: Didáctica, Concepto, Competencia, Esquema y Situación- - Paradigma*. Maracay: Universidad Pedagógica Experimental Libertador, 2013 pág 199-210.
- Douady, R. Approche des nombres réels en situation d'apprentissage scolaire (enfants de 6 à 11 ans). *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11, 77 – 110.
- Fioriti, Gema y Sessa, Carmen(coords.). (2015) *Introducción al trabajo con polinomios y funciones polinómicas Incorporación del programa GeoGebra al trabajo matemático en el aula*. 1a ed. . Gonnet : UNIPE: Editorial Universitaria.
- Llanos, V. , Otero, M. R. y Gazzola, M. P. (2016) *Estudio de las funciones algebraicas en la escuela secundaria: una propuesta para su enseñanza en los marcos geométrico, analítico, gráfico y funcional*. 1° ed. Tandil. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires
- Llanos, V. C.; Otero, M. R.; Bilbao, M. P. Funciones Polinómicas en la Secundaria: primeros resultados de una Actividad de Estudio y de Investigación (AEI). **REIEC**, Tandil, v.6, n.1, p.102-112, ene./jul. 2011. Disponible en: <http://reiec.sites.exa.unicen.edu.ar/volumen-6-nro-1-2011-1>
- Llanos, V. C.; Otero, M. R. Las funciones polinómicas de segundo grado en el marco de un Recorrido de Estudio y de Investigación (REI): alcances y limitaciones. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNIÓN*, España, v.31, n.3, p.45-63, 2012.
- Lombardi, G. (1999) “La Formación docente continua. Apuntes para la transición”. La Plata, Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires.
- Lombardi, G.; Alen, B. (et al.) (2001) “Aportes para una didáctica de la capacitación docente” En *Programa Provincial de Formación Continua*. La Plata, Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires.
- Panizza, M. y Sadovsky, P, (1995) Problemas didácticos a propósito de la capacitación docente en el área de matemática en *Propuesta Educativa*. vol. 12, Buenos Aires, FLACSO.
- Segal, S. y Giuliani, D, (2008) Modelización Matemática en el aula: *Posibilidades y necesidades*. Buenos Aires. Libros del Zorzal

EJEMPLO DE ENCUENTRO DE CAPACITACIÓN

PRIMER ENCUENTRO

Se realizará la presentación general del curso de capacitación: contenidos de las distintas jornadas, modalidad de trabajo, formas de evaluación y acreditación.

Actividad 1

En forma individual y por escrito formulen algunas preguntas o describan alguna preocupación referida a la enseñanza de las funciones polinómicas. Durante el último encuentro trabajaremos sobre esta actividad.

Actividad 2

- Resuelvan el siguiente problema e identifique el trabajo matemático que realizó.
- Anticipen qué sucedería al proponérselo a un grupo de alumnos.
- ¿Qué ventajas puede aportar la utilización de un software? De considerarlo pertinente, ¿qué modificaciones introduciría?

Partiendo de la siguiente premisa:

“Al aumentar la longitud del lado de un cubo, aumenta el área total y el volumen”:

Responder:

- a) Si se duplica la longitud del lado ¿Se duplica el área total? ¿y el volumen?
- b) Sí la longitud del lado aumenta k veces. ¿Cuántas veces aumenta el área total y el volumen?
- c) Representar en un mismo gráfico cartesiano el área y el volumen del cubo en función del lado x , $A(x)$ y $V(x)$
- d) ¿En qué porcentaje aumenta el área y el volumen si el lado se incrementa en un 12%?¹

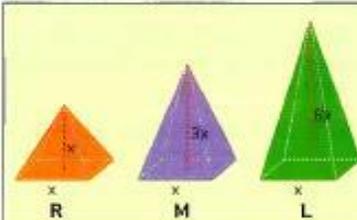
Actividad 3

Presentación a cargo del capacitador. Revisará aspectos del Diseño Curricular que se involucren con funciones polinómicas: contenidos, su enseñanza, el rol del docente, ... También abordará aspectos desarrollados por Claude Janvier referidos a Modelización que se ampliarán en una lectura domiciliaria.

Actividad 4

LA FUNCIÓN POLINÓMICA

5 En una fábrica se producen piezas con forma de pirámide de base cuadrada. En el catálogo se pueden leer las características de las piezas.



Piezas regulares (R): la altura es igual al lado de la base.

Piezas medianas (M): la altura es el triple del lado de la base.

Piezas largas (L): la altura es 6 veces el lado de la base.

Fabricamos piezas a medida. El precio depende del tamaño de la pieza.

a. Las piezas se venden a \$ 0,50 el cm^3 . Completá el cuadro con las fórmulas y con los precios que se piden. (Llamá x al lado de la base).

	Precio de venta: $P(x)$	$x = 2 \text{ cm}$	$x = 3 \text{ cm}$	$x = 4 \text{ cm}$
Piezas R				
Piezas M				
Piezas L				

b. Representá en un mismo sistema de ejes las funciones que corresponden al precio de venta de cada pieza. Después comprobá que contengan los puntos relacionados con los valores de la tabla. Podés usar el **GeoGebra** (ver pág. 7).

c. Marcá en el gráfico los puntos que te permiten estimar el precio de venta de cada pieza si el lado de la base fuese de 1,5 cm y después si fuese de 2,5 cm.

Actividad 5

Analicen los problemas de esta secuencia y luego respondan a los siguientes ítems.

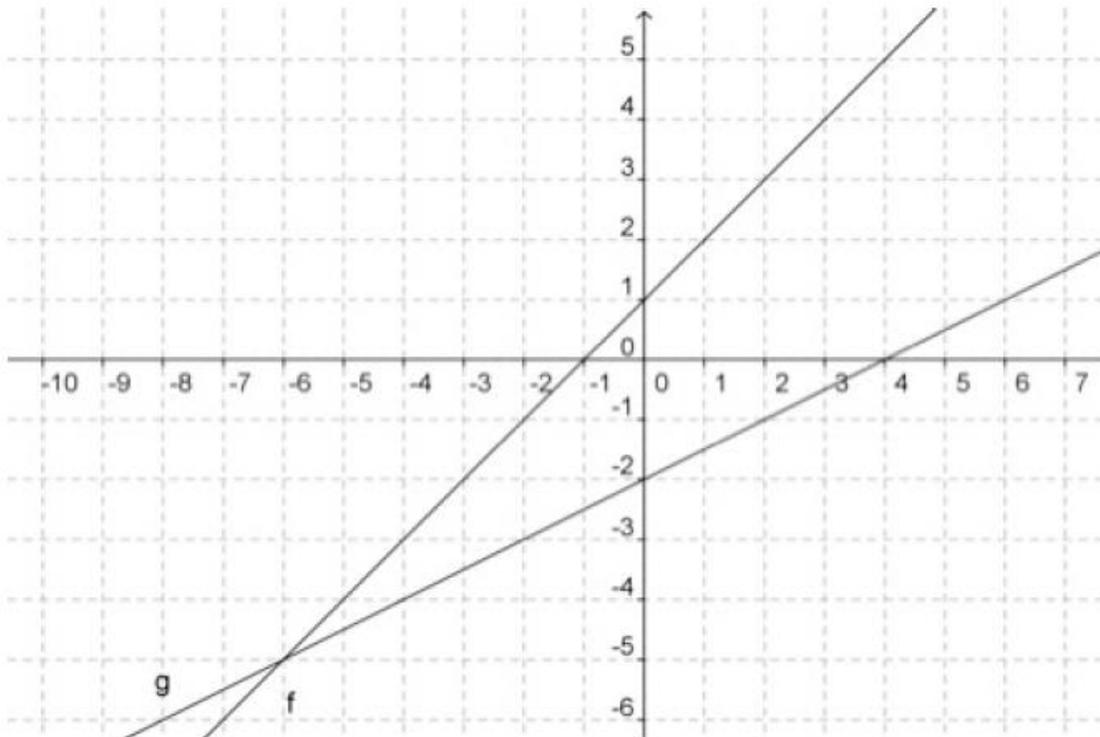
- ¿Qué conocimientos (mínimos) deben tener los alumnos para poder iniciar la resolución?
- ¿Qué trabajo matemático permite desplegar cada problema? ¿Qué permite retomar cada problema del anterior?
- ¿Cómo organizaría la clase?

- d) ¿Qué procedimientos (correctos e incorrectos) piensa que aparecerán?
- e) En función de los procedimientos que anticipó, ¿qué discusiones promovería? ¿qué intervenciones realizaría?
- f) ¿Qué conocimientos institucionalizaría? ¿Por qué?
- g) ¿Qué ventajas puede aportar la utilización de un software? De considerarlo pertinente, ¿qué modificaciones introduciría?

PROBLEMA 1

Sean f y g dos funciones lineales, definimos la función $h(x)$ de la siguiente manera: para cada valor de x , $h(x) = f(x) \cdot g(x)$.

A partir de los gráficos de $f(x)$ y de $g(x)$ que se dan a continuación:



a) Calculen el valor de $h(x)$ en cada caso:

- i)
- ii)
- iii)
- iv)
- v)
- vi)
- vii)
- viii) $h(4,5)=$

b) Decidan si $h(x)$ es negativa, positiva o cero:

- i)

- ii)
- iii)
- iv)
- v)

c) Propongan un gráfico aproximado de $h(x)$.

PROBLEMA 5

- a) Propongan, si es posible, dos funciones lineales cuyo producto sea una función cuadrática que tenga mínimo y otras dos para que la función cuadrática tenga máximo. Si no hay, justifiquen la respuesta.
- b) Busquen pares de rectas para que el mínimo de la parábola “producto” esté en el primero, en el segundo, en el tercero y en el cuarto cuadrante. Si no hay, justifiquen la respuesta.
- c) Hagan lo mismo con el máximo.

PROBLEMA 6

- a) ¿Es cierto que siempre que “multiplicamos” dos rectas obtenemos una parábola?
- b) ¿Cómo obtenemos los ceros, el conjunto de positividad y el conjunto de negatividad de la parábola a partir de los gráficos de las rectas?
- c) ¿Es cierto que toda parábola puede ser escrita como el “producto” de dos rectas?
- d) ¿Cómo deben ser las rectas para que su “producto” sea una parábola que tenga máximo? ¿Y mínimo?
- e) ¿Cómo deben ser las rectas para que su “producto” sea una parábola con un cero doble? ¿Y con dos ceros simples?

Actividad domiciliaria:

- 1) Lectura del Anexo 1. Modelización Claude Janvier
- 2) Lectura del Anexo 2: Problemas 5 y 6 y sus comentarios Unipe

COMENTARIO FINAL PARA COMPARTIR:

“Hay que fomentar el cálculo aproximado. Los problemas que la matemática puede resolver de manera exacta son pocos. En general hay que contentarse con una cierta aproximación y, por tanto, conviene: a) Aprender métodos aproximados para resolver problemas (métodos gráficos, aproximaciones sucesivas); b) Romper con la tradición muy extendida, sobre todo a nivel secundario, de que hay que aplicar fórmulas bien determinadas para obtener el resultado de cualquier problema; incluso para ecuaciones de segundo grado conviene dar métodos aproximados de solución (...); c) Introducir al cálculo de errores para saber en todo momento los límites en que están comprendidos los resultados aproximados obtenidos.”

Luis A. Santaló (1966:15)