Provincia de Buenos Aires
Dirección General de Cultura y Educación
Subsecretaría de Educación
Dirección Provincial de Educación de Gestión Estatal
Dirección de Educación General Básica
Gabinete Pedagógico Curricular - Matemática

ALGUNAS REFLEXIONES EN TORNO A LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN EL PRIMER CICLO DE LA E.G.B.

Documento Nº 1 año 1999

Autores:

- GARCÍA, Alicia (Escuela Nº 3. Carlos Casares)
- MENSI, Maritza (Escuela Nº 3. Carlos Casares)
- PALACIOS, Silvia (Escuela Nº 11. Vicente López)
- CASTELLAN, Claudia (Escuela Nº 6. Moreno)
- BERNOLDI, Verónica (Escuela Nº 6. Moreno)

Coordinación: Horacio Itzcovich

INDICE

Introducción…………………………………………… 3

Capítulo 1: El Sistema de Numeración….…………….. 4

Capítulo 2: Las operaciones de Suma y Resta………… 18

Capítulo 3: La División……………………………….. 33

A modo de reflexión final……………………………… 39

Bibliografía……………………………………………. 40

ALGUNAS REFLEXIONES EN TORNO A LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN EL PRIMER CICLO DE LA E.G.B

INTRODUCCIÓN

Este documento surge como resultado de una experiencia realizada en varias Regiones de la Prov. de Bs. As. durante los años 1997 y 1998

Ante las diferentes dificultades y contradicciones reflejadas en las relaciones que los alumnos establecen con la matemática, la Dirección de Educación Primaria se propuso generar algunos ámbitos de discusión en los cuales conocer y analizar ciertas definiciones de la didáctica de la matemática, que podrían resultar sumamente útiles a la hora de pensar las prácticas de enseñanza de esta disciplina.

Para ello, se convocó a algunos docentes, directivos e inspectores con la finalidad de analizar la enseñanza de la matemática en las escuelas, se discutieron enfoques didácticos, se cuestionaron ciertas prácticas históricas y se implementaron algunas actividades en varias aulas, protagonizadas por los mismos maestros con sus respectivos alumnos.

Mediante este documento se intenta reflejar y compartir con el conjunto de las escuelas de la E.G.B. de la provincia algunas de las ideas que se desarrollaron en esos encuentros, señalar dificultades y logros y proponer a todos los docentes a reproducir con sus alumnos las experiencias que aquí se van a relatar.

Para que este documento fuese posible, los autores (maestros y directores participantes en algunos de los grupos de trabajo, coordinados por la D.E.P.) debieron invertir horas de síntesis, reflexión, estudio y escritura, tarea nada sencilla por cierto. Esperamos sepan disculpar los errores y falencias propias de esta primera experiencia de comunicación y socialización de la tarea abordada.

Este documento consta de 3 capítulos y un “A modo de reflexión final”. En cada capítulo se hace un análisis didáctico de un contenido matemático y se presenta una secuencia de actividades con los resultados que las mismas han permitido observar en las aulas cuando fueron puestas a prueba.

Los contenidos a los cuales se hace referencia son: el Sistema de Numeración, Las Operaciones de Suma y Resta y La División.

El apéndice “A modo de reflexión final” busca presentar los cambios más sustanciales que se plantean con relación a las prácticas habituales.

Esperamos que este material resulte útil para poder encarar nuevas ideas y propuestas ya que las cuestiones relacionadas con la matemática que los chicos no aprenden en nuestras escuelas, no las aprenden en ningún lado.

CAPÍTULO 1: El Sistema de Numeración

¿Qué saben los niños sobre los números al ingresar al 1er Año de la EGB.?

Averiguar cómo se aproximan los niños al conocimiento del Sistema de Numeración Decimal es un paso necesario para diseñar situaciones didácticas que les permitan cuestionar y reformular sus ideas para acercarse, progresivamente, a la comprensión operatoria de nuestro sistema.

Se impone reflexionar acerca de qué idea tenemos respecto a la construcción del número.

Desde esta concepción de los aprendizajes numéricos, el rol docente consiste en proponer a los niños, situaciones que les permitan construir el sentido del número, es decir, que lo que se enseña esté cargado de significado. El niño debe ser capaz, no sólo de repetir o rehacer, sino también de resignificar en situaciones nuevas, de adaptar, de transferir sus conocimientos para resolver nuevos problemas.

Los niños se encuentran inmersos en una cultura donde los números tienen su espacio. El hecho de que a los 5 o 6 años, los niños no han construido la noción de número, no quiere decir que no se pueda trabajar con ellos. Es posible partir del uso que hacen ellos de nociones numéricas, en situaciones cotidianas (escolares y no escolares), para comenzar su enseñanza. De hecho, saben sintonizar el canal que quieren ver, discar un número telefónico si un mayor se los dicta, conocen el número de su edad, piden tantos caramelos, y en el aula, se dan situaciones diarias en las que están presentes los números.

Es necesario evitar toda ruptura entre la experiencia cotidiana y extraescolar que tienen los niños sobre los números, y las actividades orientadas a la comprensión del Sistema de Numeración.

Para comprobar esos "estados del saber" en los niños antes de ingresar al lº Año de la E.G.B., se llevó a cabo una entrevista con los alumnos de 5 años del Jardín de Infantes Nº 910, distrito Carlos Casares.

La propuesta consistió en encuentros donde se realizaron las siguientes actividades: - Las docentes se presentaron manifestando su interés por jugar con ellos para ver cuánto sabían de ciertas "cosas".

Primeramente se les pidió que se sentaran en ronda solicitándoles que expresen cuántas nenas y cuántos nenes formaban la salita celeste. (Conocimiento del recitado de los números).

Registro 1, (Conteo oral).

Docente: - ¿ Cuántos nenes y cuántas nenas son?
Niños - ¡3O!
30 nenes y nenas.

Docente.- Y ... ¿cuántas nenas son?
Niños: - Nenas... (comienzan a contar una a una). _ Son 10.

Docente: - A ver, otra vez.
Niños: - (vuelven a contar) ¡ Son 13 varones!

Docente: -¿ Y mujeres?
Niños: -Yo conté varones y no nenas.
(Una nena cuenta) Son 11 nenas,
Sí, pero faltó Daniel.

Docente: - ¿Cuántos serían con Daniel?
Niños: - 14 y 11 mujeres.
Faltan 2. Somos 15 nenes.

Docente: - Vamos a trabajar con los que vinieron hoy, ¿ cuántos son?
Niños: - ¡13!

Docente: -¿Saben escribir el 13?
Niño: - Sí, porque yo sé hasta el 100.
Otros no contestan. Otro niño escribe el 1 invertido.
Una nena pasa y escribe en la pizarra el 13 (invertido)

Luego se les preguntó cuántos años tenían y si lo podían escribir en las pizarras individuales.
(Reconocimiento de la escritura de los números).

Docente: - ¿Cuántos años tienen?
Niños: - 5...6...

Docente: - ¿Saben escribirlos?
Niños: - (un niño dice que sí y escribe algo como una E. Otro pasa y escribe algo parecido al 5. Otros escriben el 5 correctamente).

Docente: -¿Quién dijo que tiene 6?
Niños: - (Muchos. Pasan a escribirlo y lo hacen bien).

Más tarde se quiso saber el concepto que tienen los niños en cuanto al uso social de los números, se les preguntó para qué sirven y dónde encuentran números en la salita, en su casa, en la calle.

Docente: -A ver... charlamos un rato ¿ para qué sirven los números?
Niños: - Para contar, para jugar a las escondidas, para ir a la escuela.

Docente -¿ Dónde ven números en la salita?
Niños: - Allá...(señalan un almanaque).

Docente: - ¿Qué es eso? ¿ Para qué sirve?
Niños: - Es un almanaque que marca los días.

Docente: -¿Y hoy? ¿Qué día es? ¿Saben?
Niños: ....

Docente: - ¿ Para qué otras cosas sirven los números?
Niños: - Para hacer cuentas, para contar las cuentas.
Para los centímetros.

Docente: - y.,. ¿Dónde ven números en la casa, en la calle?
Niños: - En el auto cuando vas ligero va marcando.
En el camión, en los remíses, en las patentes, en la bicicleta de hacer gimnasia, en el teléfono.

Por último se presentó la banda numérica (del 1 al 10) como la siguiente:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

y se les preguntó qué estaba allí escrito.

Docente: -(muestra la banda numérica del 1 al 10) ¿ qué ven?
Niños: - Del 1 al 10

Docente: -¿Cuál es el número de tu edad?
Niños: -(pasan a marcarlos sin dificultad, algunos el 5, otros el 6)

Docente: -¿Cómo se llama el que está antes del 5?
Niños: - El 4 (señalan varios)

Así sucesivamente con otros números. Se presentó la banda numérica del 11 al 20, siendo menor la cantidad de niños que los reconocen. Luego se dobló la banda del 1 al 10 ocultando uno de los números, se les preguntó qué había pasado, a lo que respondieron que faltaba un número porque la docente dobló el papel, reconociendo el número oculto. Con la banda del 11 al 20 hubo más dificultad para nombrarlos y descubrir el faltante. Algunos niños nombraban al 11 como "uno- uno", ídem con otros.

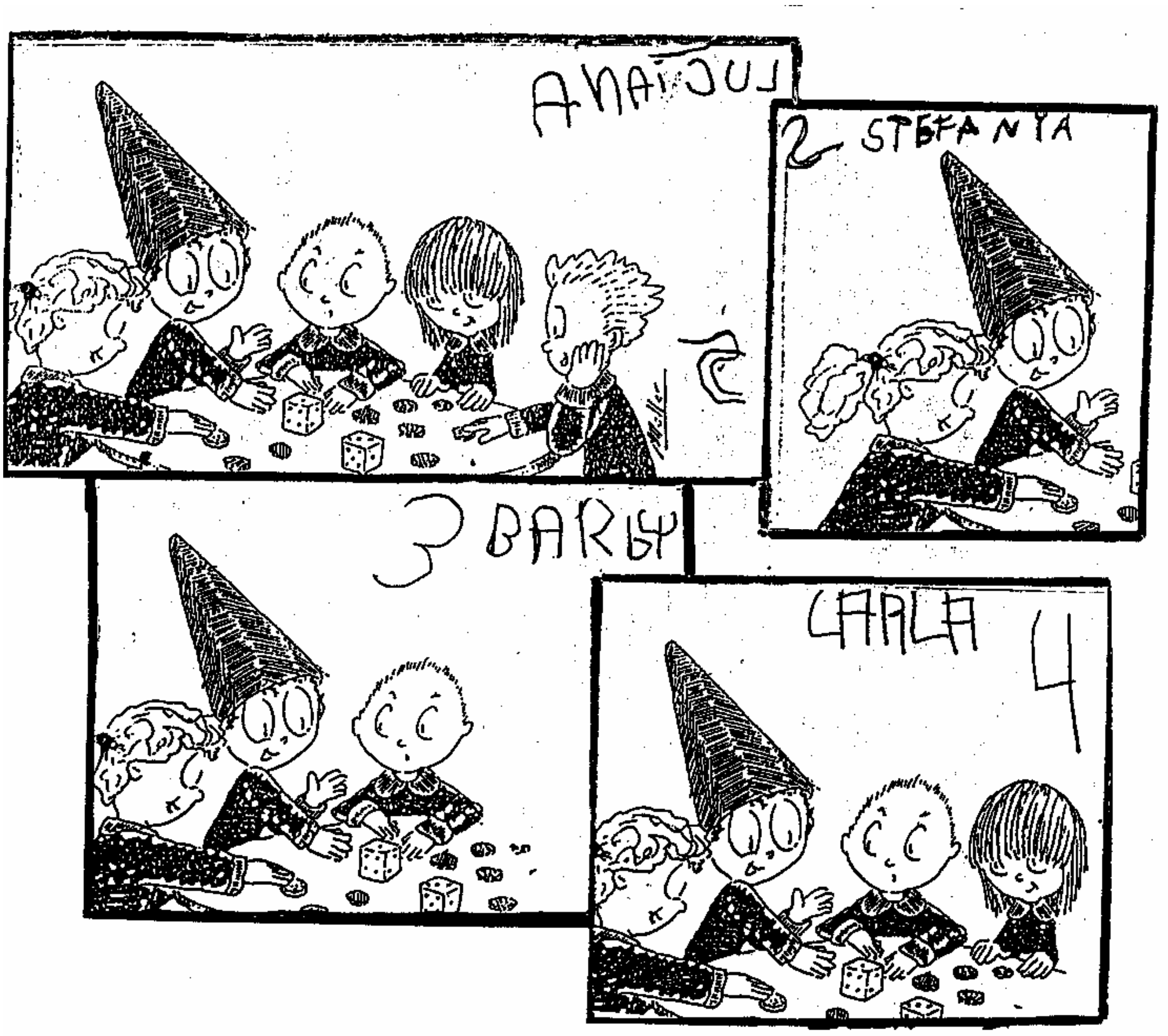
De los encuentros se puede deducir que los niños del preescolar son capaces de contar y, aún más, de realizar algunos cálculos (con los niños ausentes del día de la visita: a los presentes le sumaron los ausentes, discriminando nenas y nenes). Hay pequeños que logran realizar este procedimiento y otros que no.

A su vez pueden descubrir el anterior y el posterior o decir cuál falta en la serie (de 1 al 10), cuando un número es tapado. En algunos casos lo hicieron con la serie del 11 al 20.

Logran relacionar la palabra oral y el símbolo numérico. Aunque puede aparecer por ejemplo, once como “uno-uno” o “diez y uno”.

Presentadas tarjetas con imágenes de niños (de 1, 2, 3 4 y 5 chicos, como las que se encuentran a continuación) debían colocar el número correspondiente a la cantidad de personas. La mayoría logró escribir el número correcto, apelando al conteo, por lo que se demuestra que reconocen la cantidad de elementos que corresponde a una colección entre 1 y 5 elementos.

En cuanto a comparaciones entre números, por ejemplo se colocaron 6 elementos y 9 elementos. Argumentaron que el último tiene más porque "hay más".



En conclusión, los niños de la sala de 5 años son capaces de:

- Diferenciar las letras de los números.
- Manejar la serie oral hasta el 30 (muchos). Algunos sólo hasta el 10.
- Reconocer los números escritos hasta el 10 (hay un grupo que ya conoce hasta el 30 y, en algún caso aislado, hasta el 100).
- Decir la cantidad de elementos en una colección y escribir el número. Algunos lo hacen en forma invertida.
- Comparar números (del 1 al 10, y en algunos casos del 11 al 20). Reconocer anterior y posterior y descubrir cual falta.

Hay muchas formas de proponer situaciones con números en la sala de 5: por medio de juegos cotidianos como las cartas, los dados, actividades de recorrido, leyendo el calendario, marcando cumpleaños, etc.

De esta manera van incorporando saberes en forma progresiva, lo que se manifiesta a través de:

- la ampliación del dominio numérico.
- el conteo sin saltear en la serie oral.
- la coordinación de la serie oral con el recuento.
- La determinación de una cantidad de elementos a través del conteo o sobreconteo.

En general, los niños del Nivel Inicial terminan este ciclo, sabiendo contar y escribir los números y con un buen manejo de su aspecto cardinal.

Estos son los saberes que se logran a partir de una propuesta que permita trabajar sistemáticamente estos conceptos y preparar a los niños para el trabajo del área en la E.G.B.

Lo importante es ver cómo los niños pueden crecer en estos conocimientos mediante un trabajo intencional que les permitan, seguir construyendo saberes a partir de las experiencias que traen de sus casas.

Las investigaciones en didáctica de matemática han permitido una nueva aproximación a la enseñanza del sistema de numeración. La intención es crear condiciones para una comprensión operatoria de nuestro sistema de designación de número, sin dejar de lado los conocimientos iniciales de los niños.

Se trata de tomar en cuenta estos conocimientos iniciales, tan incompletos o imperfectos como sean, para dar sentido a aquellos que se buscan desarrollar.

El niño aprenderá cuando logre construir el sentido. Para eso se deben crear situaciones problemáticas frente a las cuales, los niños utilizarán los recursos de que disponen, buscarán soluciones utilizando distintos procedimientos, recién entonces estarán en condiciones para pensar en formalizaciones y convencionalidades.

Resulta vano definir, componer, simbolizar los números fuera de un contexto de utilización de los números. Por el contrario, es a través del uso que haga, que el niño elaborará sus propias concepciones del número, no definitivas, siempre en evolución,

Desde esta perspectiva el rol de maestro no consiste en enseñar los números uno tras otro, sino proponer a los niños situaciones que les permitan utilizarlos de modo que las palabras y los símbolos se carguen de sentido.

Sí se plantea que los niños deben poder construir el sentido de los números funcionando como respuesta a problemas, desde la didáctica nos tenemos que preguntar: ¿Para qué sirven los números? ¿Cuáles son las funciones de los números que los alumnos de preescolar y de los primeros años pueden reconocer y utilizar para construir el significado?[1]

La primera función específica del número de la que pueden apropiarse los niños es "la memoria de la cantidad", es decir la posibilidad de evocar una cantidad sin que ésta esté presente. Cuando se le pide que represente (registre) cierta cantidad de objetos pueden surgir varias soluciones posibles como por ejemplo, construir utilizando el conteo y recordar solamente el último número pronunciado.

El número es también un buen recurso para guardar "la memoria de la posición", que permite recordar el lugar ocupado por un objeto en una lista ordenada, sin tener que memorizar toda la lista.

Se reconocen así los dos aspectos del número: cardinal y ordinal

Otra función del número es el "recurso para anticipar" que se refiere a la posibilidad que dan los números de anticipar los resultados a propósito de situaciones no visibles sobre las cuales se tienen ciertas informaciones.

Estos diferentes procedimientos dependen esencialmente del nivel de conocimientos de cada niño, del dominio de su conocimiento y sobre todo de su disponibilidad, por lo tanto, de sus significaciones.

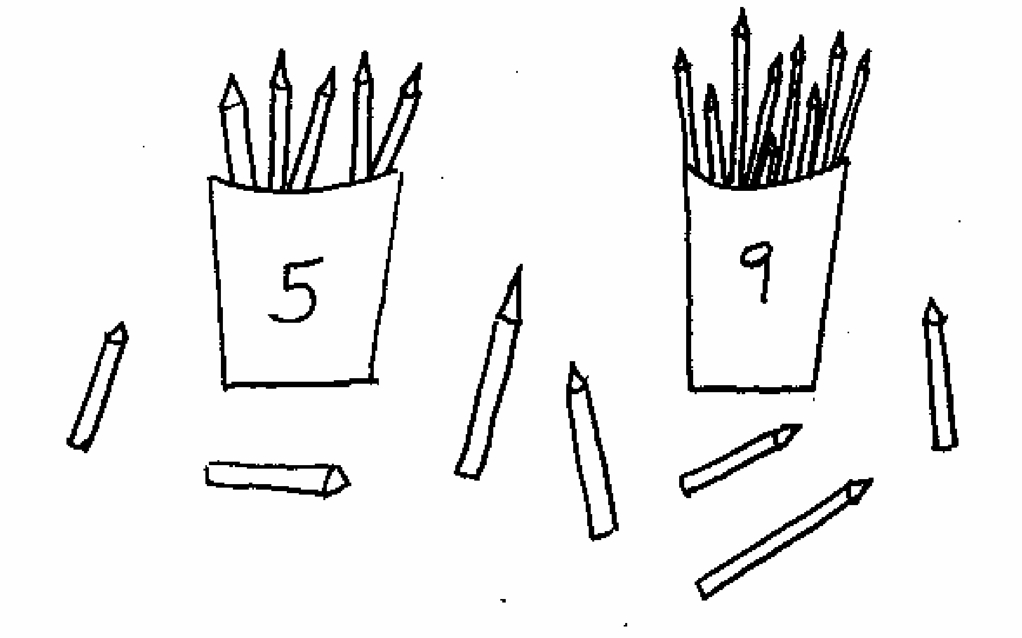
Partir de lo que los niños saben, qué conocimientos tienen sobre los números; cómo los usan, con qué eficacia, qué dificultades nos revelan sus prácticas y favorecer las situaciones que dan significado a los números, asegurará en todos los niños la apropiación y dominio de los contenidos matemáticos socialmente establecidos.

Cuando hablamos de presentar situaciones a los niños para que vayan construyendo el sentido de los números y la apropiación de nuestro sistema de numeración, nos referimos a la presentación de problemas, entiéndase como tales no sólo a los enunciados, sino también a juegos, situaciones cotidianas que generen un obstáculo a franquear a partir de sus conocimientos que les sirven de herramientas para producir soluciones usando sus propios procedimientos.

¿Cuáles son los tipos de problemas que pueden dar sentido a los procedimientos numéricos utilizados y a las designaciones orales o escritas usadas?

a) Problemas que apunten a la "memoria de la cantidad": comparar dos o más colecciones, armar o completar una colección para que tenga tantos elementos como una dada. Por ejemplo, presentar dos portalápices con lápices y algunos sueltos:

[1] Parra, Cecilia. Los niños, los maestros y los números. Documento de Actualización Curricular. Dirección de Currículum. Secretaría de Educación. G.C.B.A. 1992.



Consigna: hacer "algo" para que los dos portalápices tengan la misma cantidad

b) Problemas relacionados a "la memoria de la posición (para ubicarse en una serie, en la fila, en el casillero.

c) Problemas ligados al " recurso para anticipar" (¿ en qué casillero va a caer si está en el 5 y sacó 4 con los dados? ¿cuánto tiene que sacar para alcanzar el 12 si está en el 6?).

d) Problemas en los que interviene la reunión de dos o más colecciones cuando se trata de anticipar resultados.

e) Problemas en los que una colección se distribuye en dos colecciones: Hay 14 niños, 8 son nenes, ¿cuántos son nenas?.

f) Problemas de canje.

g) Problemas de partición de una colección.

EL JUEGO DEL CASTILLO[2]

Esta actividad tiene por objetivos:

* El reconocimiento de la escritura en cifras de los números.
* La localización de esas escrituras en una tabla de números presentados en filas de diez.
* La toma de conciencia del diferente rol que juega cada cifra en la escritura de un número.
* El aprendizaje y la utilización del nombre de la decenas.
* La búsqueda de regularidades del Sistema de Numeración Decimal
* La utilización de procedimientos para encontrar resultados.

El juego inicial;

El tablero se presenta a los niños como un "castillo" que tiene 100 cuartos. Como son tantos cuartos, para poder identificarlos están numerados. Se les cuenta a los niños que algunos números van a estar tapados por un cartoncito y que la actividad consiste en decir qué número es el que está escondido.

Se puede hacer una presentación colectiva de la actividad en un tablero en el pizarrón, con algunos números tapados y pedir a los niños que señalen un cuarto y nombren el número correspondiente. Luego se destapa y se corrobora.

[2] Parra, C. Op.citada

A continuación se organiza la clase en grupos de 5 ó 6 niños, cada uno con un tablero individual y tantos números tapados como jugadores (o el doble si se quiere que jueguen dos veces cada uno). Puede otorgarse puntaje (2, 3 o 4 puntos, en el reverso del cartoncito), que se obtiene cuando se dice el número correcto.

En su turno, cada jugador elige el cuarto que va a identificar, dice el número y, si es correcto, gana esos puntos.

A continuación presentamos un posible castillo:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

La experiencia se llevó a cabo en 1º año de la Escuela Nº 3 y en 1º año de la Escuela Nº 29 del distrito de Carlos Casares. Desde ya, agradecemos a todos los docentes que han facilitado el desarrollo de este trabajo.

Los niños ya conocían algunos números y habían trabajado con bandas numéricas hasta 29 o 39.
En primer lugar se presentó el castillo en el pizarrón con algunos números tapados, invitando a los niños a descubrir el número del cuarto que estaba oculto.

A continuación se presentan algunas de las interacciones que se produjeron en el aula de las escuelas y grados mencionados. Pero también se han incluido algunos de los registros que docentes desarrollaron en San Justo, Mar del Plata, Balcarce, Bahía Blanca y otros lugares de la Provincia de Buenos Aires. Naturalmente, agradecemos a estos docentes que se tomaron el trabajo de arrimar estas producciones de sus alumnos:

Docente:	Jony
¿Qué numerito falta acá?	Acá va el 34 (oralmente)
¿Qué números lleva?	Se fija en qué “familia” está. Busca en la del 30 y en la del 4 y dice “un 3 y un 4”
¿Y el 39?	Lleva un 3 y un uno. No un 3 y un 9
	Alejandro
¿Qué número es este? (72)	El 72
¿Por qué?	Por que está en la fila del 7 y en la del 2
	Yésica
¿Y este? (84)	El 8 y el 4, por que está en la fila del 8 y en la del 4

Jony
¿Cómo se llama este (señala el 50)

Yésica
Cincuenta

Se pudo observar que los niños apelaron a distintos procedimientos para decidir cuál era el número tapado, a saber:

- Realizan conteos desde cero
- Realizan conteos a partir de los nudos (10, 20, 30,etc), de izquierda a derecha hasta llegar al número tapado.
- Ubican los números que conforman el número tapado y dicen “tiene un 2 y un 8”, aunque no sepan que se llama veintiocho.
- Forman el número guiándose por filas y columnas “está en la familia del 8 y en la de los 4 es un 8 y un 4”
- Descubren el número teniendo en cuenta el que está arriba o abajo: “es el 35 porque está abajo del 25” o el que está adelante o detrás.

La presentación de la serie en un cuadro como el del Castillo pone en evidencia varias de las regularidades de la serie numérica, especialmente a nivel de escrituras que poco tiempo después de instalarla en el aula, se notan grandes adelantos en los niños hasta la aparición de pequeños cálculos mentales, por ejemplo: “62 + 12 lo piensan como 62 + 10, van a la fila de abajo, o sea al 72 y luego suman 2 llegando al 74”.

Otras cuestiones observadas fueron:

Inversión de números al completar el cuadro de manera individual:

Edu (6 años):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	18	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Según los procedimientos que utilizan, estos pueden ser válidos según el campo numérico con el que se trabaja.

Contar de 1 en 1 desde 0 es válido para números “chicos”. Cuanto mayores son, aparecen errores como es el caso de Daniela (6 años):

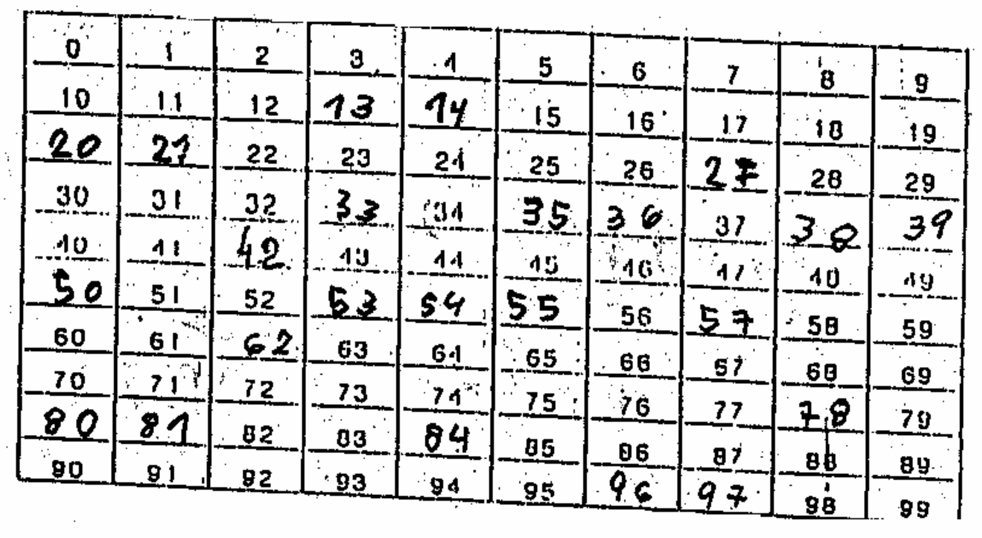
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	29
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	18	82	83	19	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	20	21	98	99

Confunde 81 con 18, y a partir de allí, sigue contando (19, 20, 21) para completar los casilleros vacíos.

El maestro deberá identificar estos procedimientos y por medio de otras actividades y confrontaciones, hacer que los niños descubran otros procedimientos para no caer en errores.

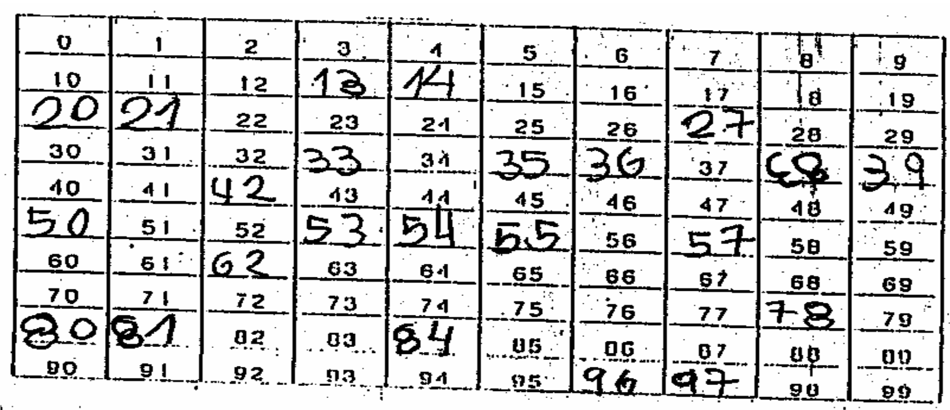
En tanto, muchos otros chicos resuelven la situación sin inconvenientes:

Verónica (6 años):



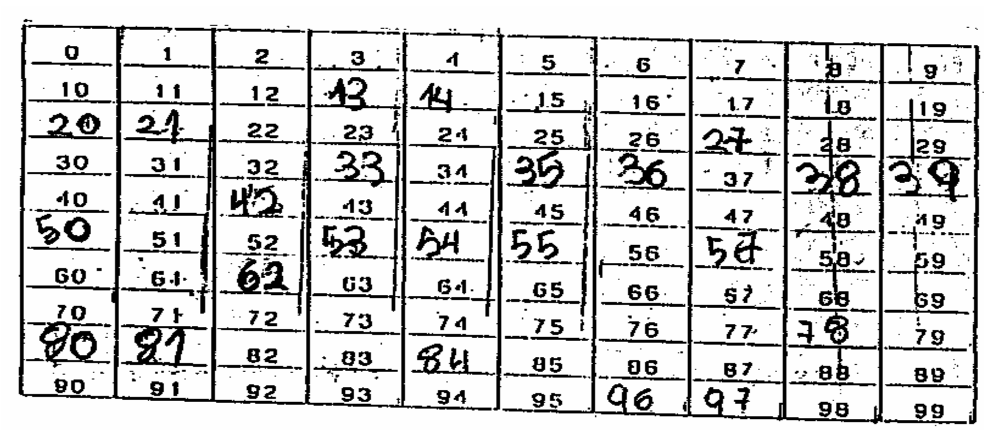
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Mariela (6 años):



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Luciana (7 años):



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

Tablas para completar:

Se propone a los niños tres tipos de tablas incompletas:

- Sólo están ubicados los números de la primera fila y la primera columna. Los niños tiene que completar los casilleros marcados:

Figura 1

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									

- Solo están ubicados los números de la primera fila y deben completar los casilleros marcados:

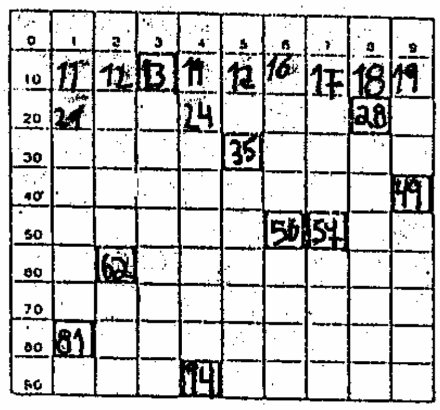
Figura 2

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

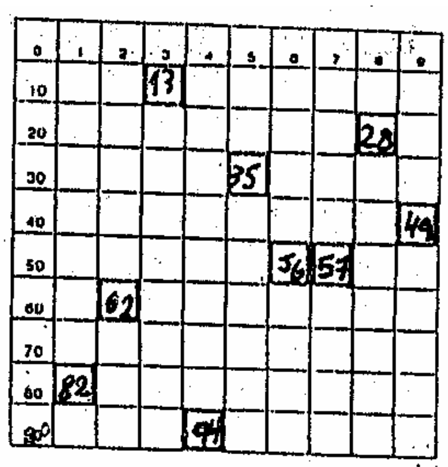
Estas actividades tiene la finalidad de que los alumnos comiencen a abandonar los procedimientos vinculados al conteo, y descubran otro tipo de relaciones.

Algunos procedimientos observados fueron los siguientes:

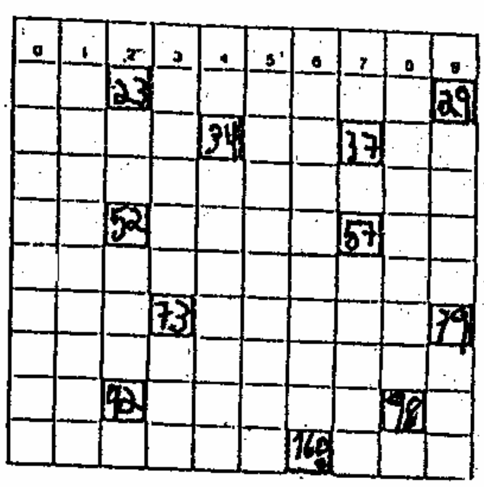
Alejandra (6 años) figura 1, comienza completando la fila del 10, luego interrumpe y al preguntarle como lo había hecho, respondió: *"me iba fijando los números de arriba y me daba cuenta"* :



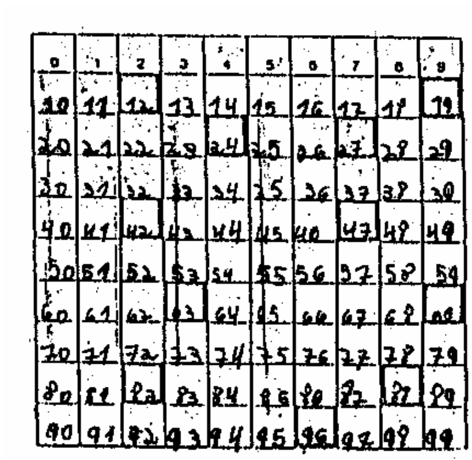
Aldana completa el cuadro teniendo en cuenta el número de la fila y el de la columna:



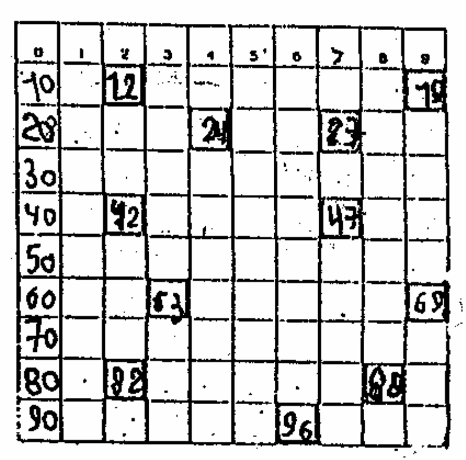
Ale omite la fila del 10. Cuando llega al 90, para él es la fila del 100. El número marcado corresponde al 96, pero en su "cuenta" es el 106, y lo escribe como 1600. La docente le pide que se fije si falta alguna fila. Observa y dice *"Me "saltié" la familia del 10. Dame otro que lo hago bien"*



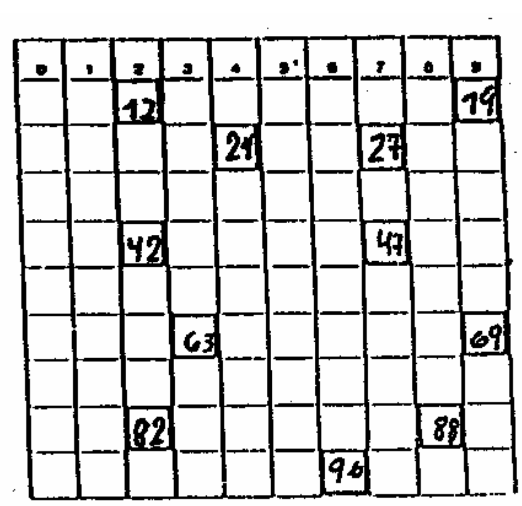
Miriam : Su procedimiento es escribir todos los números para encontrar los marcados. En este caso, el conteo sigue “mandando”:

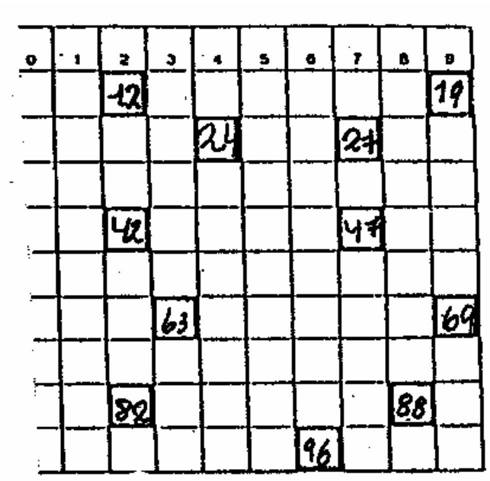


Fabián necesita colocar la primera columna para contar desde allí:



Verónica y Aldana realizan el conteo de las filas y observan el número de la primera fila respetando el de la columna:





Estas actividades permiten cuestionar algunos procedimientos que fueron elaborados por los alumnos, y fuerza a la búsqueda de otros más eficientes.

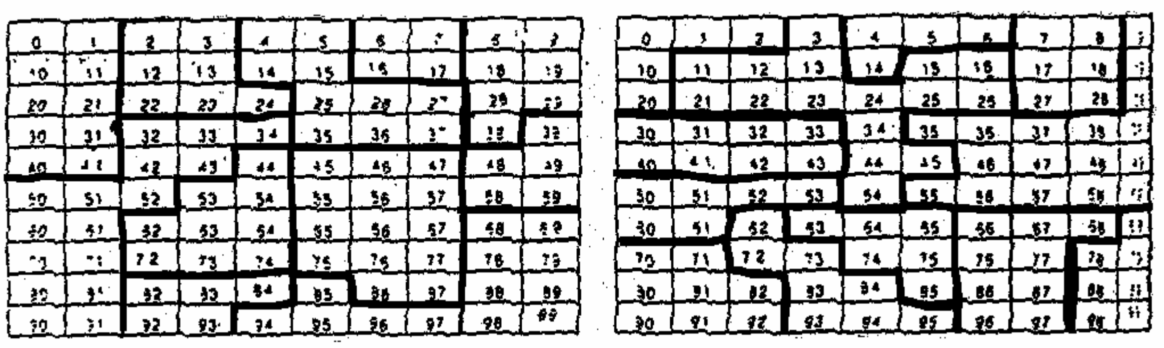
La tabla de la figura 1 puede obstaculizar el procedimiento que se apoya en “está entre tal y tal” y favorecer la estrategia que relaciona columnas y filas.

La tabla de la figura 2 permite continuar contando desde 1 pero posibilita que los alumnos “miren” las filas anteriores, e ir contando (o saltando) de diez en diez.

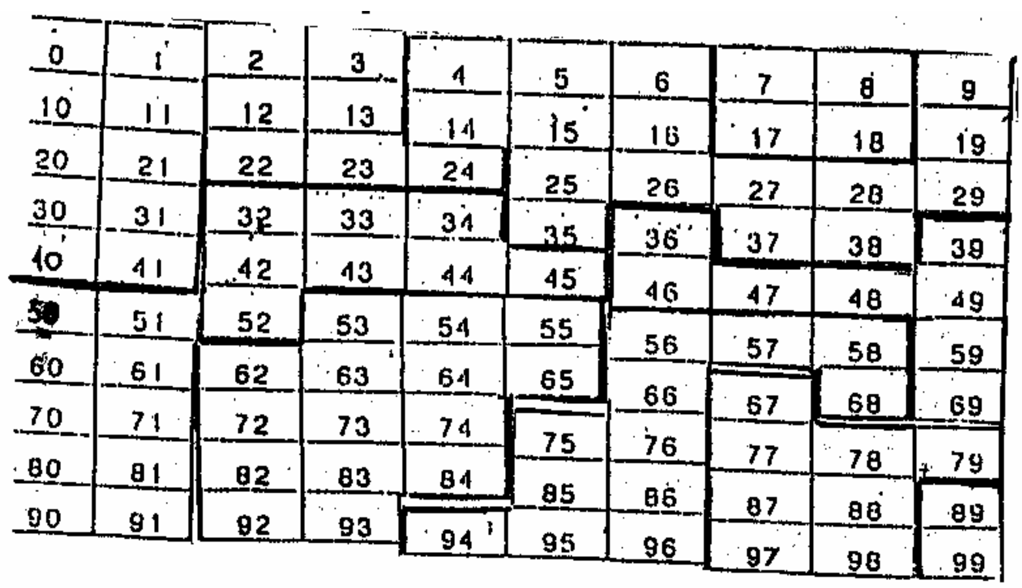
OTRAS ACTIVIDADES:

El rompecabezas:

Se corta la tabla en piezas. Los niños tiene que reconstruirl



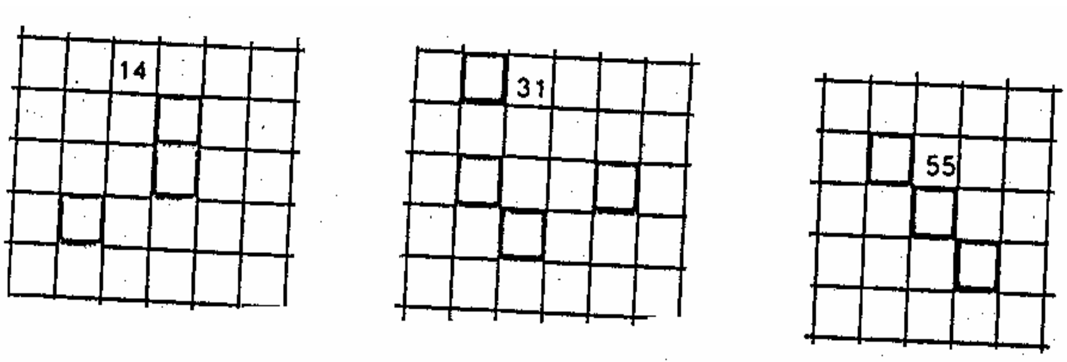
Muestra de algunos trabajos:



Varios chicos arman sin dificultad el rompecabezas, pero no se apoyan en los números sino en las formas de los cortes. Por lo tanto, resultó conveniente que los rompecabezas tengan piezas que sean de la misma forma. Esto sí exigió que los chicos comiencen a buscar en los números la información que permita reconstruirlo.

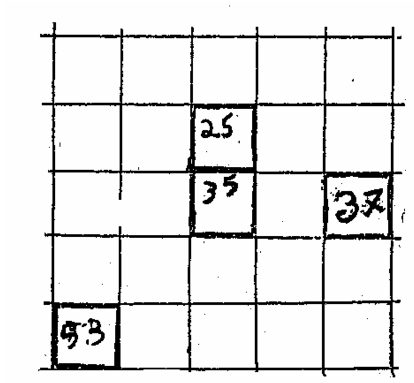
Extractos de tablas para completar:

Se entrega un extracto de tabla y los chicos deben completar, a partir de un solo dato, los casilleros:

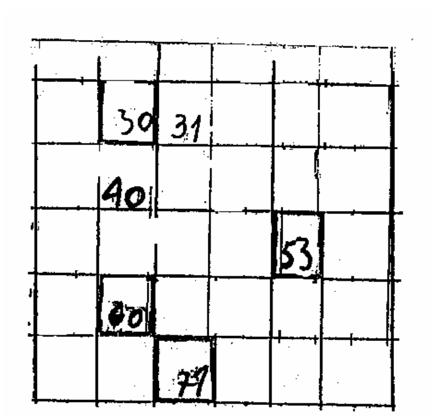


Muestras de algunos trabajos:

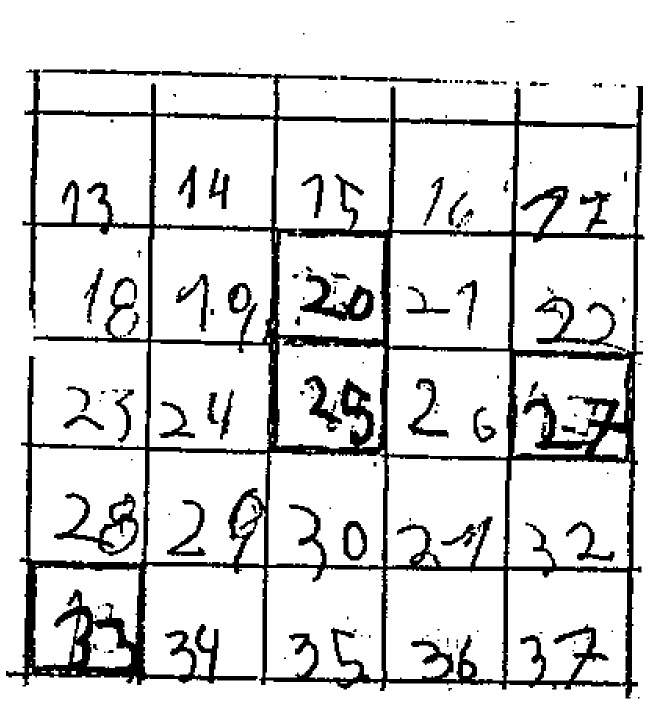
Ale realiza el conteo mentalmente a partir del número dado. Tiene en cuenta los números de las columnas respetando las filas:



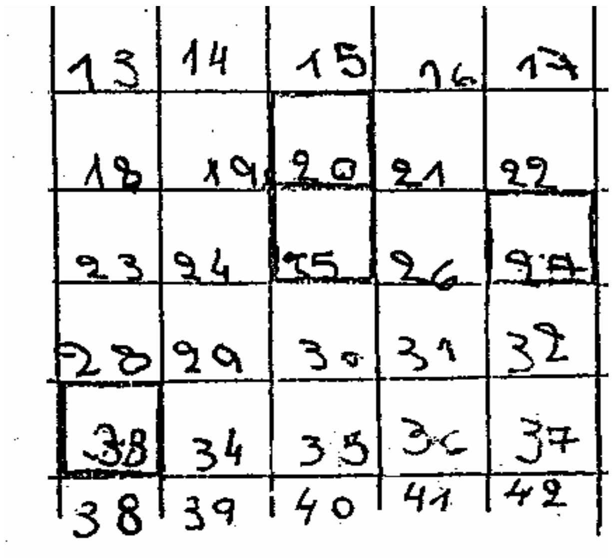
José realiza un procedimiento similar al de Ale:



Antonella necesita completar todos los casilleros pero no tiene en cuenta las filas y las columnas. Es decir, no considera a la tabla como un extracto del Castillo:



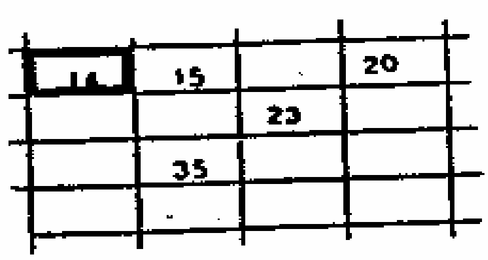
Lo mismo le ocurre a Yamila:

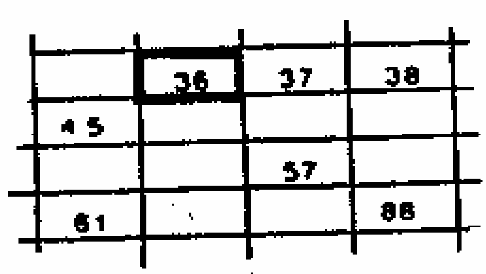


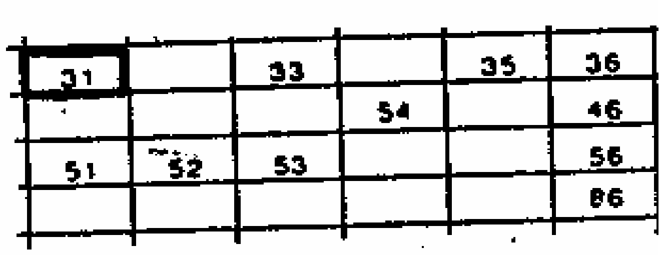
Esta es una actividad difícil pues las referencias no son las mismas que usaron para resolver las actividades anteriores. Los niños tienden a ubicar los siguientes números a partir del número dado. Quienes aún se apoyan en el conteo, encuentran mayores dificultades: no reconocen que hay espacios recortados a derecha e izquierda y olvidan la organización del cuadro original. Al no disponer de la primera fila ni la primera columna, los fuerza a encontrar relaciones más complejas entre los números: contar de diez en diez, “subir y bajar” en el cuadro, ubicar la fila y la columna correspondiente.

Encontrar el intruso

Sobre extractos de tabla aparecen números. Se trata de encontrar cuáles no están bien ubicados (los intrusos) a partir de uno que sí está bien y aparece remarcado



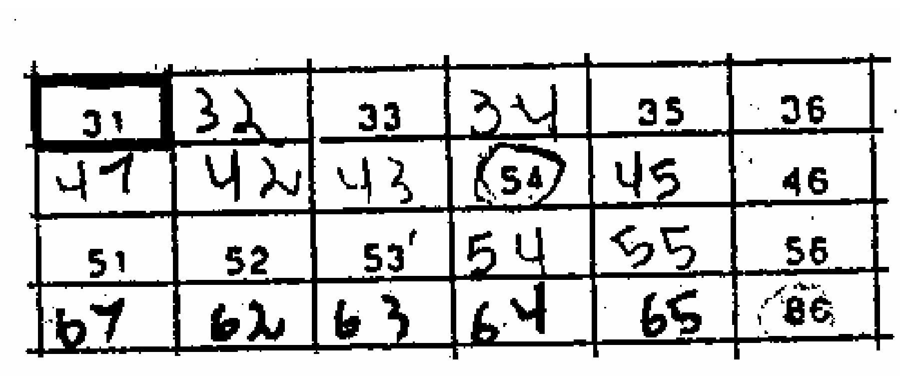




Muestras de algunos trabajos:

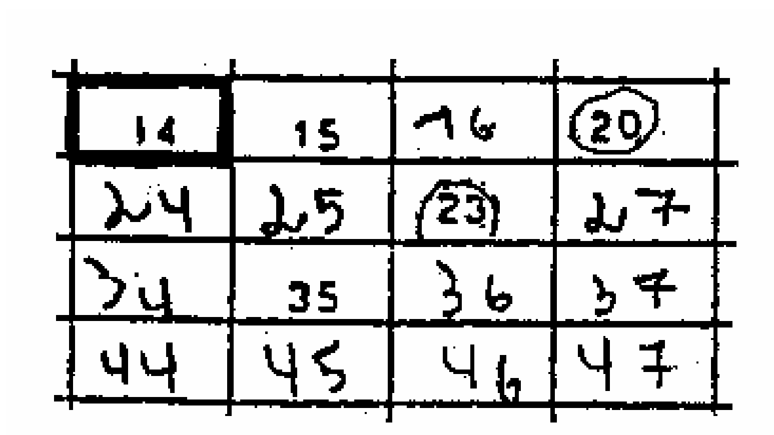
Fabian: el 20 debe ir donde está el 23
Maestra: ¿Y acá cuál va? (señala debajo del 14)
Fabián: el 18
Maestra: ¿te parece? ¿Qué familia es?
Fabián: la del 4. A va el 24
Descubre que el 23 es el que está mal, y que el 20
también es intruso, pero recurre al conteo y se
equivoca con el 35, considerándolo intruso.

Yésica lo realiza correctamente:



31	32	33	34	35	36
41	42	43	54	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	86

Lo mismo que Juan:



14	15	16	20
24	25	23	27
34	35	36	37
44	45	46	47

CAPÍTULO 2: Las Operaciones de Suma y Resta

El trabajo con las operaciones de suma y resta es una de las preocupaciones permanentes de los docentes.

¿Hay que enseñar el algoritmo? ¿Qué sumen cómo quieran? ¿Les corrijo la cuenta? ¿Cómo hacer para que el significado de la cuenta no se borre con la aparición del algoritmo? .Estas son sólo algunas de las inquietudes que se han presentado.

A modo de muestra, se ha interrogado a alumnos de 4 año de E.G.B de la Escuela Nº 11 de Vicente López, (a quiene expresamos nuestro agradecimiento, en particular a las docentes que han colaborado con estas actividades) sobre ¿qué es sumar? y ¿qué es restar?. Las siguientes son algunas de las respuestas obtenidas:

SUMAR	RESTAR
Para mí es sumar números …	*Para mí es restar caramelos….*
Es agregar un caramelo y más cosas…	*Es quitar números….*
Es poner números o cosas….	*Es sacar números o cosas…*
Es agregarle un número a otro…	*Es bajar puntos….*
Es agregarle algo a lo que ya tenés….	*Es sacarle un número a otro número…*
Es hacer una cuenta de más….	*Es tener algo y sacarle un poco…*

Evaluando estas respuestas que dan los alumnos, es posible destacar que recurren a "palabras claves" que aplican a la resolución de los problemas que se han enfrentado.

Ciertos problemas de suma y resta implican agregar o quitar elementos a una colección, y conforman la mayoría de los sentidos de estas operaciones que se trabajan en el aula, pero no todos encierran estas acciones.

Veamos otros ejemplos:

- Paola y Juan tienen 11 figuritas. Paola tiene 6 figuritas, ¿cuántas tiene Juan?
- Micaela ganó 5 figuritas. Ahora tiene 13. ¿Cuántas tenía antes de jugar?
- Luis tenía 9 figuritas. Después de jugar se quedó con 4. ¿Qué pasó en su juego?
- Lucas ganó en el primer partido 6 figuritas. Entre los dos partidos que jugó ganó 9. ¿Cuántas ganó en el segundo partido?
- Roberto perdió 5 figuritas. Ahora tiene 3. ¿Cuántas tenía antes de jugar?
- Darío debe 6 figuritas a Roberto y 8 a Nancy. ¿Cuántas figuritas debe?

Evidentemente, la comprensión acabada de las operaciones de suma y resta se desarrolla en varios años de escolaridad, aumentando la diversidad y complejidad de los tipos de problemas que pueden ser resueltos mediante el uso de estas operaciones, lo que no quiere decir que los alumnos de primer año de la E.G.B. no puedan comenzar a resolver problemas como los planteados anteriormente, apelando a recursos y estrategias propias, basados en los conocimientos intuitivos de que disponen.

Se intenta que los conocimientos matemáticos no aparezcan estáticos, acabados, bajo un mecanismo único, sino que tienen una cierta dinámica de desarrollo y construcción acorde a la complejidad del mismo, a los diversos tipos de problemas que se vayan presentando y a las posibilidades de los chicos.

Estos modos de aproximación que construyen los chicos se ven reflejados en estos ejemplos, experimentados en 1 año de E.G.B.

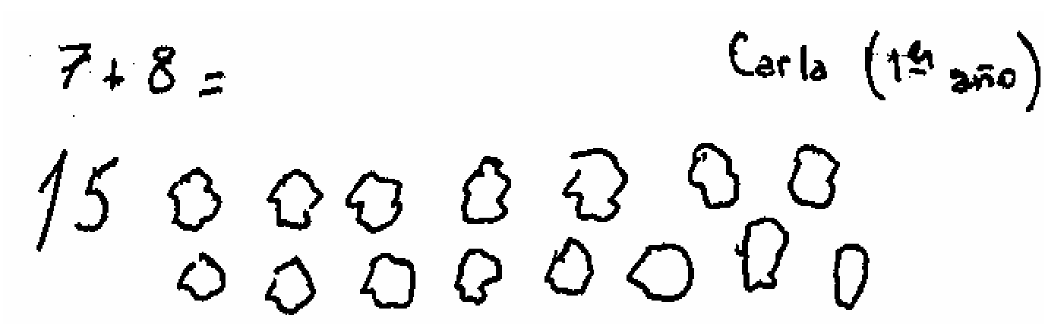
La mayoría de los niños manejan algunos números, apelan a ciertas operaciones para jugar en el kiosco, han trabajado algunas de las relaciones entre los números mediante el Juego del Castillo presentado en el Capítulo 1.

Estos saberes previos de que disponen son la base sobre la cual se apoyan para poder producir nuevos resultados y elaborar otro conjunto de relaciones entre los números a partir de estrategias personales o compartidas en pequeños grupos.

Desde este lugar es que el rol docente adquiere otro significado. Valorar las producciones de los chicos, estimularlos a la búsqueda de soluciones, generar situaciones en las cuales los alumnos puedan reflexionar en torno a la validez o no de los resultados obtenidos y de los recursos desplegados, introducir modificaciones a las situaciones planteadas de modo tal que los alumnos vislumbren las nuevas dificultades a las que se enfrentan son algunas de las cuestiones a tener presentes

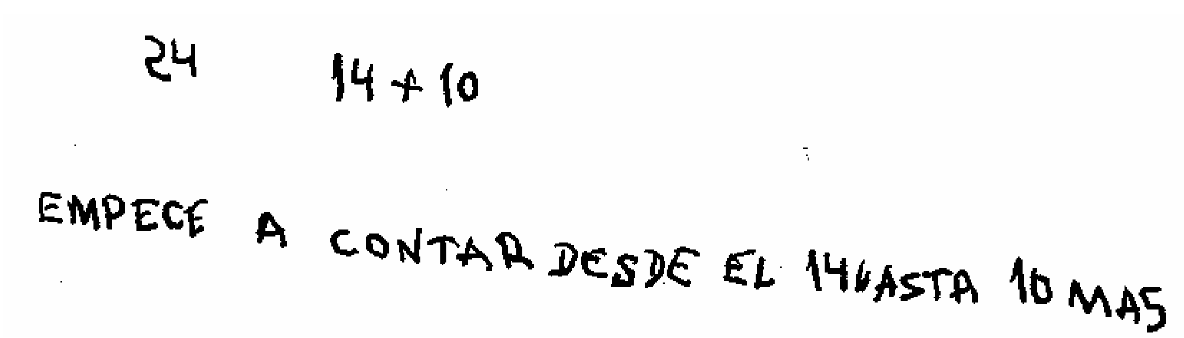
Por ejemplo, a partir de diferentes enunciados y actividades que representan verdaderos problemas para los alumnos, en los cuales los números que intervienen son "chicos", algunos de los procedimientos vistos son:

- Usar chapitas, lápices o dibujos:



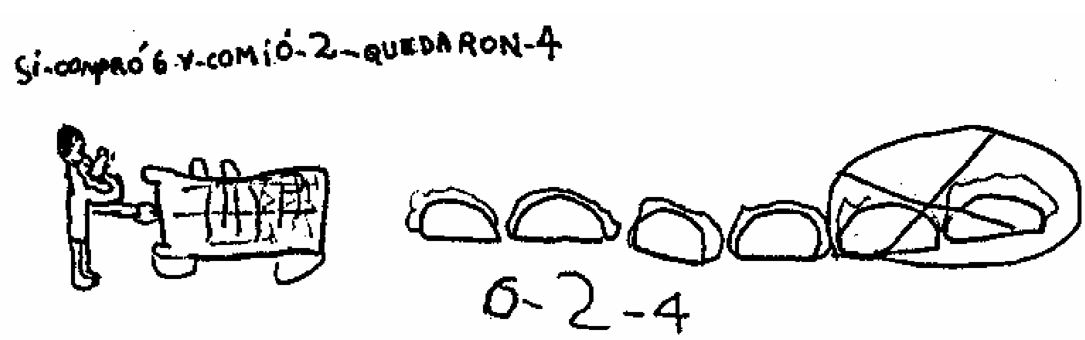
- Seguir contando a partir del primer número que interviene en la cuenta:

Estela 1º año



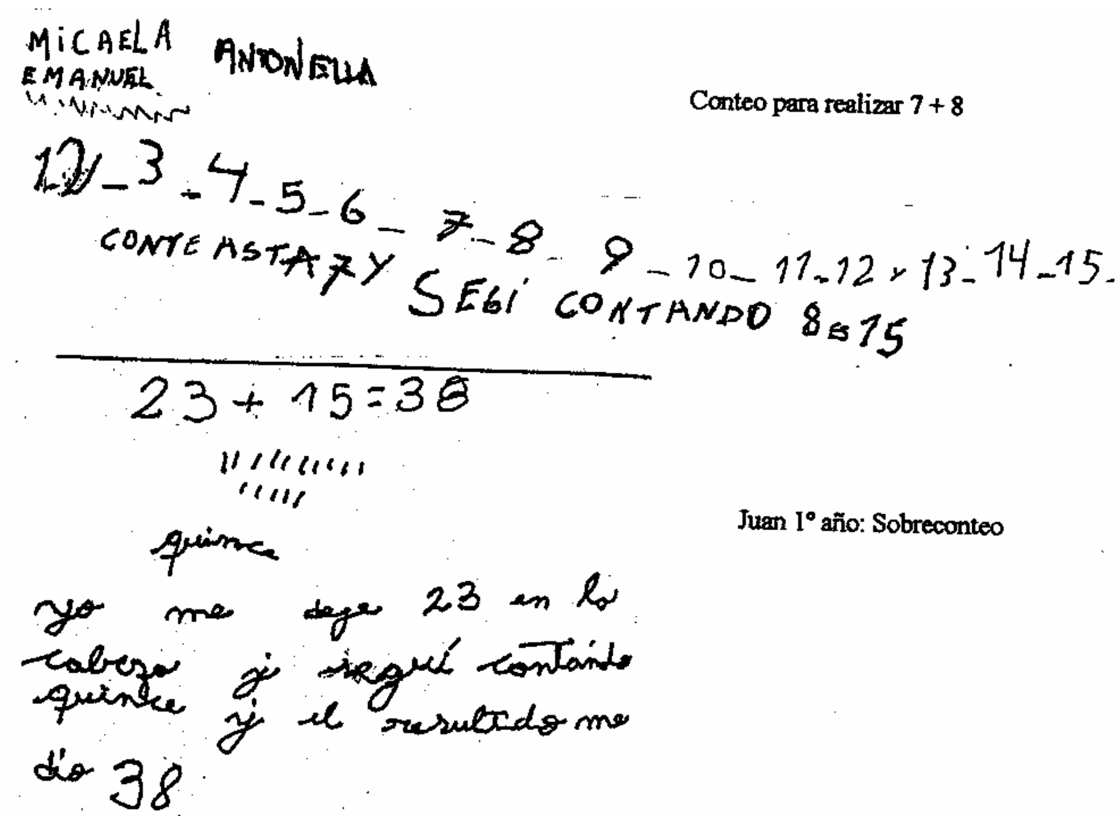
- Poner los diferentes objetos, separar una parte. Mediante representaciones gráficas, hacer tachados y contar los que quedan:

Lucas 1º año



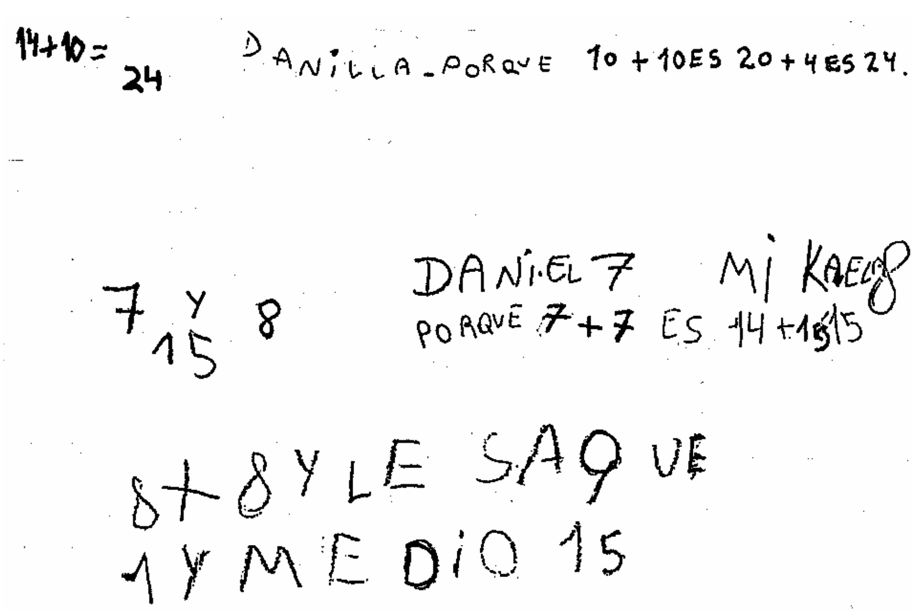
El logro de estas habilidades es consecuencia de una planificación que contemple la presentación de situaciones y problemas que involucren a los alumnos en la búsqueda de estas estrategias. No es una cuestión azarosa sino que es una intención didáctica.

Pero, paralelamente a este tipo de problemas, los alumnos deben ir avanzando en la comprensión y dominio de las regularidades del sistema de numeración. Este dominio permitirá complejizar los problemas y en consecuencia, ver aparecer producciones de los chicos como las siguientes:

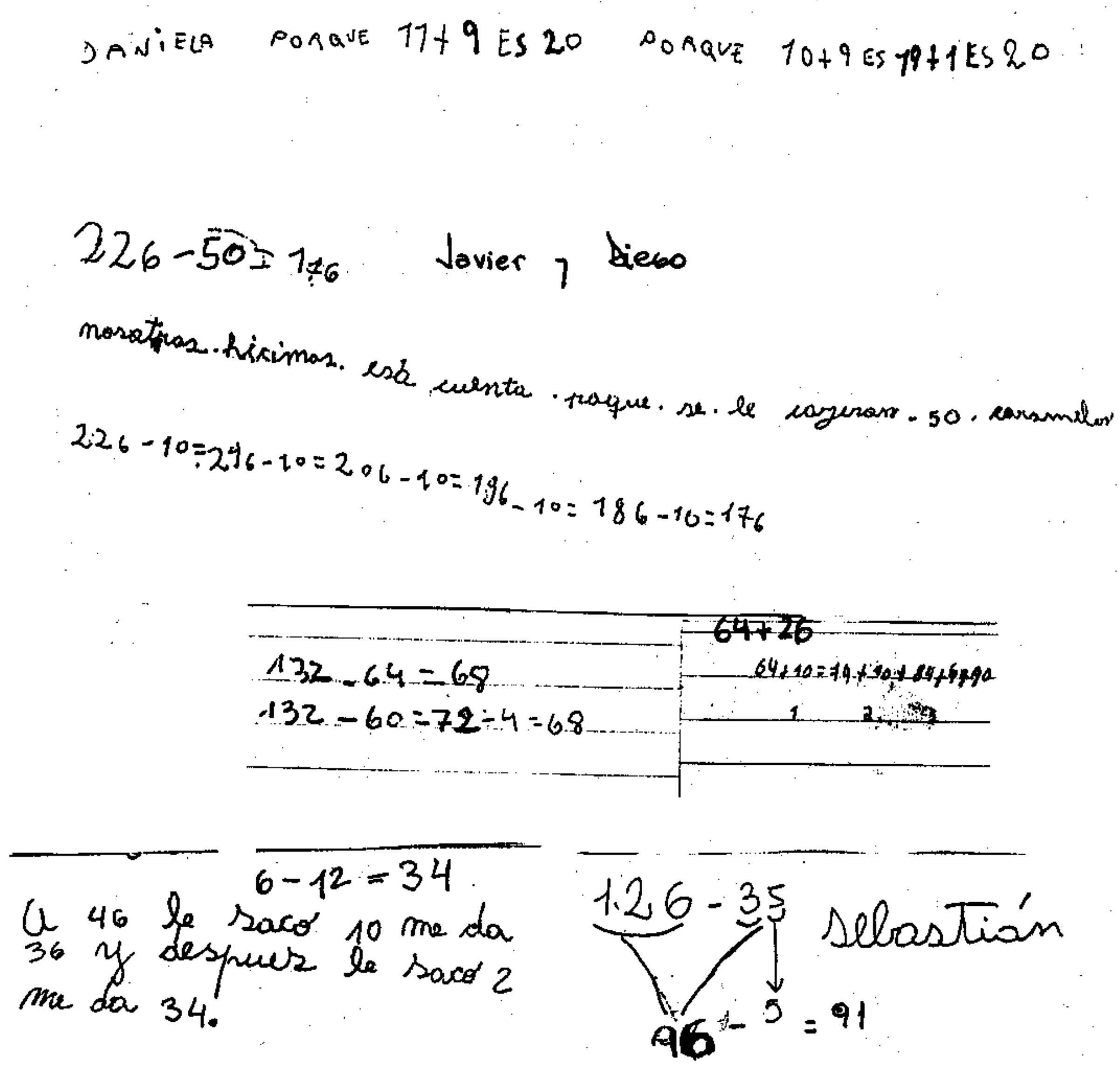


En estos ejemplos, los alumnos muestran un cierto dominio de un repertorio que les resulta muy familiar, casi memorizado. Al igual que los adultos, hay resultados ante los cuales no desplegamos ninguna acción, por ejemplo, todos sabemos de memoria que 3 + 2 = 5. No se trata de enseñarles a los alumnos a memorizar los resultados de las sumas o restas, sino que puedan encontrar algunas relaciones que les permitan reconocer que algunos cálculos son más fáciles y otros más complejos, y los fáciles “ya los sabemos” (por ejemplo 2 + 2 , 4 + 4 , 6 + 1 etc)

Por ejemplo:



Otras estrategias personales están íntimamente vinculadas al dominio de la serie numérica y sus regularidades, obteniendo resultados parciales. Las producciones de los alumnos de 1º y 2º año de la Escuela Nº 11 de Vicente López, expresan, por ejemplo:



DANIELA PORQUE 11+9 ES 20 PORQUE 10+9 ES 19+1 ES 20

226 - 50 = 176 Javier y Diego

nosotros hicimos esta cuenta porque se le cayeron 50 caramelos

226 - 10 = 216 - 10 = 206 - 10 = 196 - 10 = 186 - 10 = 176

132 - 64 = 68

132 - 60 = 72 - 4 = 68

64 + 26

64 + 10 = 74 + 10 = 84 + 6 = 90

6 - 12 = 34

a 46 le sacó 10 me da 36 y después le sacó 2 me da 34.

126 - 35 Sebastián

96 - 5 = 91

Estas estrategias de cálculo también son elaborados por los chicos para resolver diferentes problemas y actividades que ha propuesto la maestra.

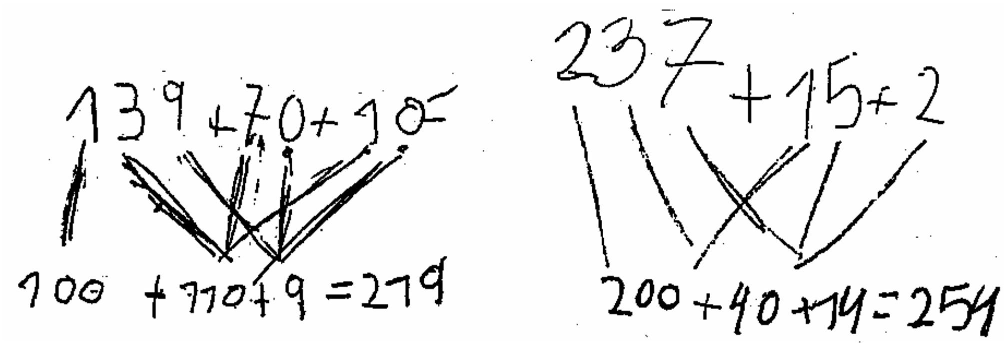
En este terreno, el cálculo mental está en el centro del trabajo. La priorización de este tipo de cálculo particularizante, en cierto modo opuesto al algorítmico, es el punto de partida para la comprensión de estas operaciones, ya que influyen notoriamente en la habilidad que desarrollan los chicos para resolver los problemas que se les plantean.

El cálculo mental no implica dejar de usar lápiz y papel, como tampoco es hacer el algoritmo “en la cabeza”. Es el cálculo pensado, reflexionado y acorde a los números que intervienen en el cálculo a resolver. Por ejemplo, para hacer 24 + 99 es pertinente hacer
24 + 100 – 1 y este procedimiento sirve sólo para sumar 99.

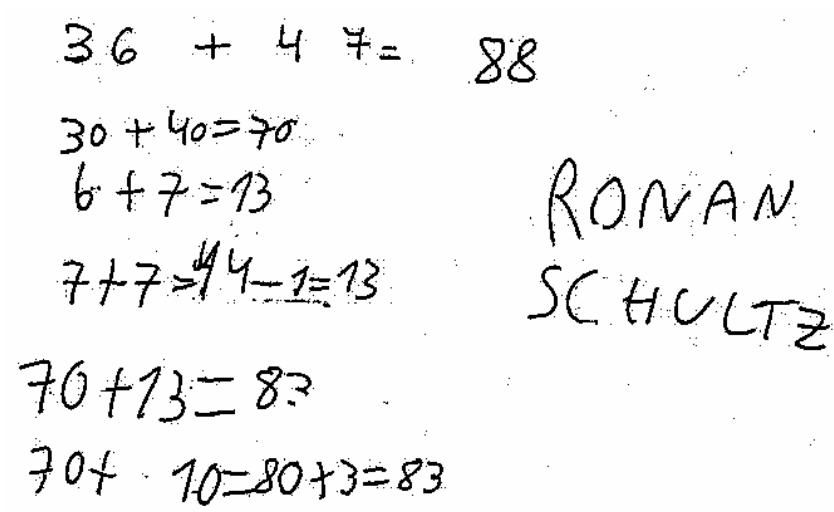
El cálculo mental pone en juego las particularidades de nuestro sistema de numeración, sus relaciones y sus regularidades. Es por ello que estos aspectos deben ser parte del trabajo planificado por la institución escolar.

A modo de ejemplo, aquí están algunas otras producciones de los alumnos:

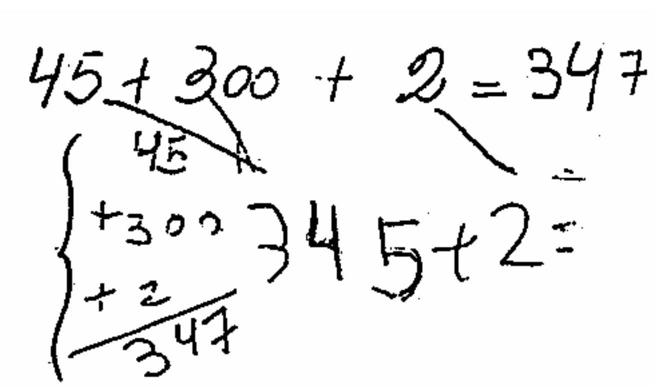
Sebastián:



En el caso de Ronan, calcula primero 7 + 7 y luego escribe el resultado de 6 + 7. Lo mismo hace para resolver 70 + 13. Lo resulve y luego anota el 83:



En el siguiente caso, los padres insistieron con hacer la cuenta "parada" en la casa. Pero el alumno resolvió a partir del cálculo horizontal, y luego escribió el resultado "parado":



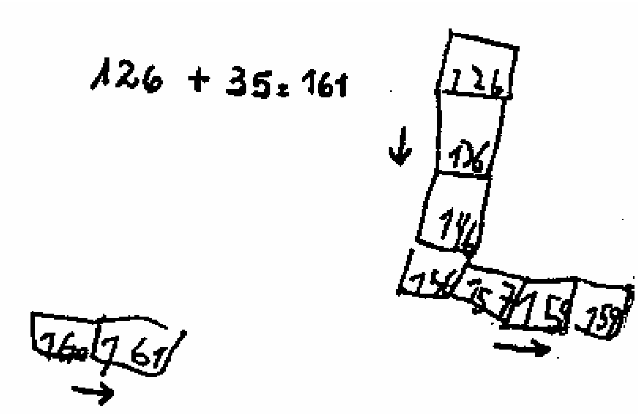
Otro recurso que resultó sumamente pertinente es la banda numérica y el Castillo, presentados en el Capítulo 1.

Mediante estas nuevas herramientas, la comprensión del sistema de numeración juega a favor de la aparición de procedimientos como los siguientes:

Para resolver 23 + 12: Se ubican en el 23 y luego "bajan" 10 y "avanzan" 2

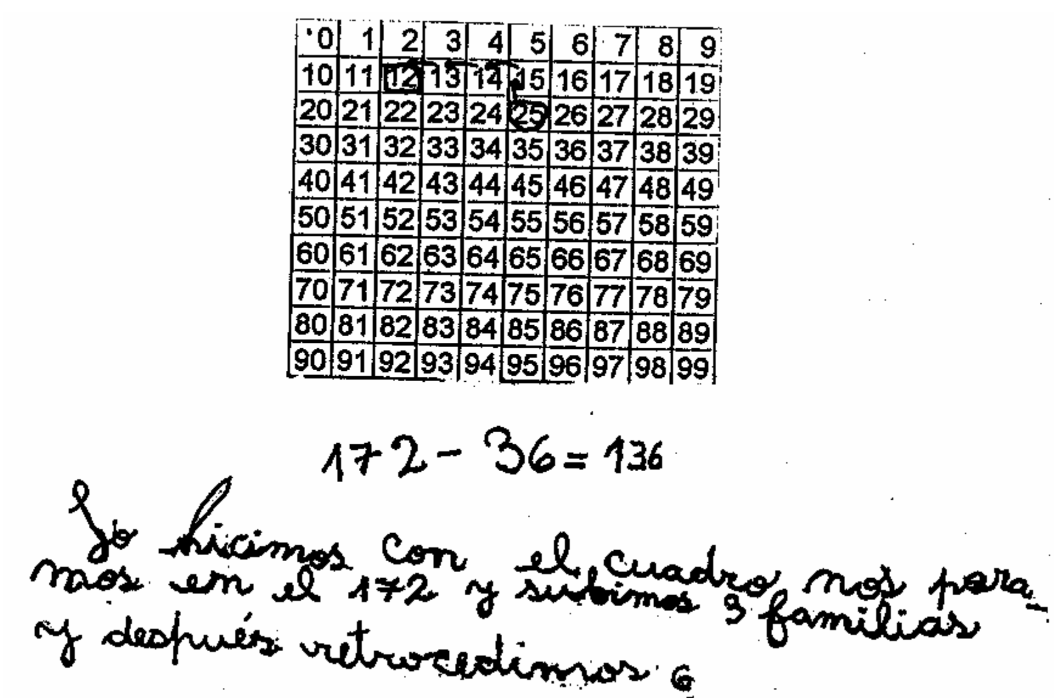
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

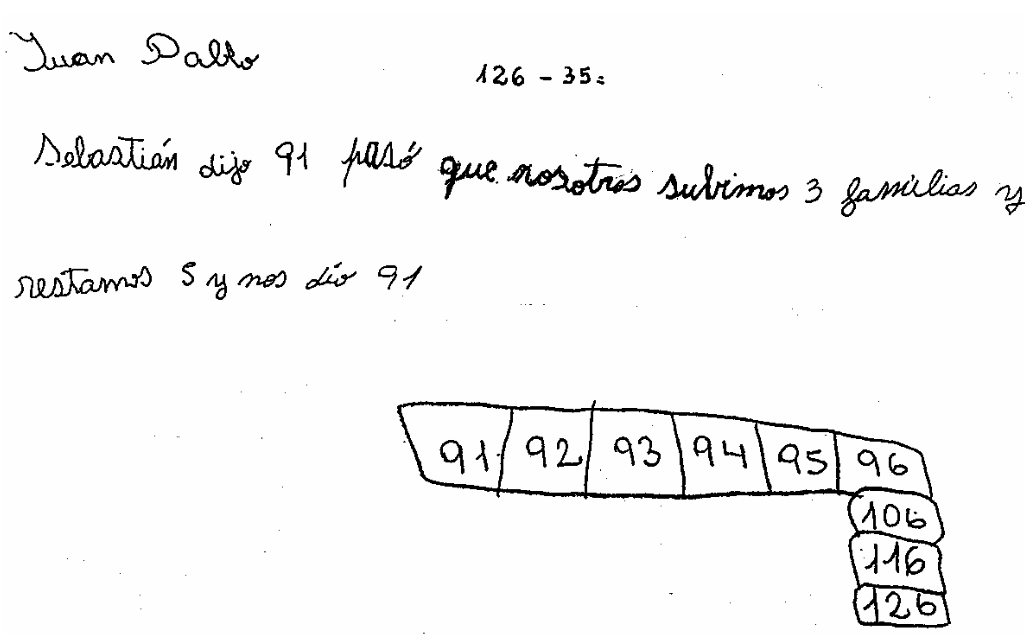
Para resolver 126 + 35 se ubican en el 126, “bajan” 30 y luego “avanzan” 5:



Estos mismos recursos aparecen cuando se les presentan a los chicos problemas que involucran la resta:

Para resolver un problema cuyo cálculo exigía hacer 25 – 13, dicen “me paro en el 25 y subo una familia que son 10 y retrocedo 3 lugares”:

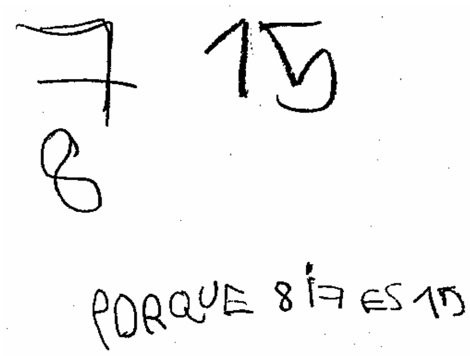




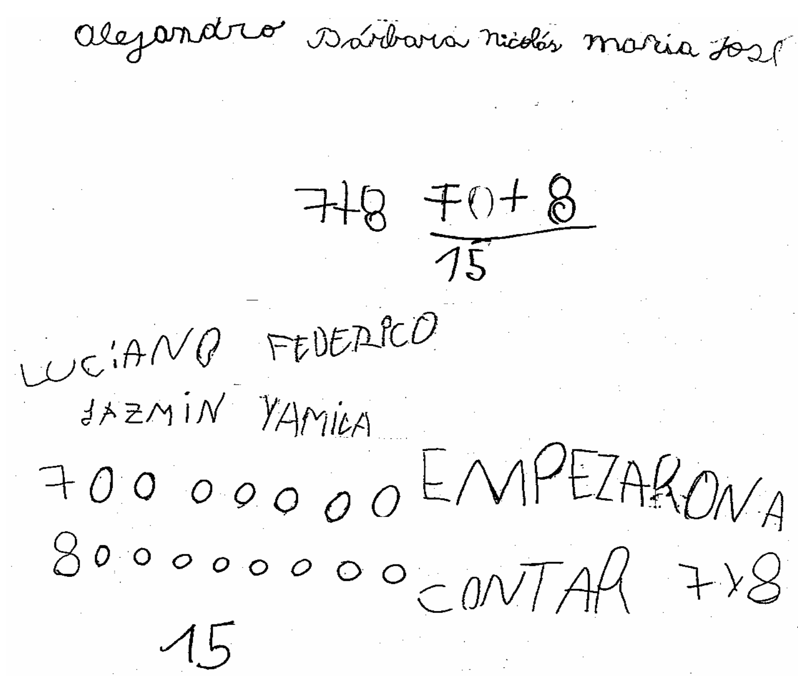
El juego de la caja[3]

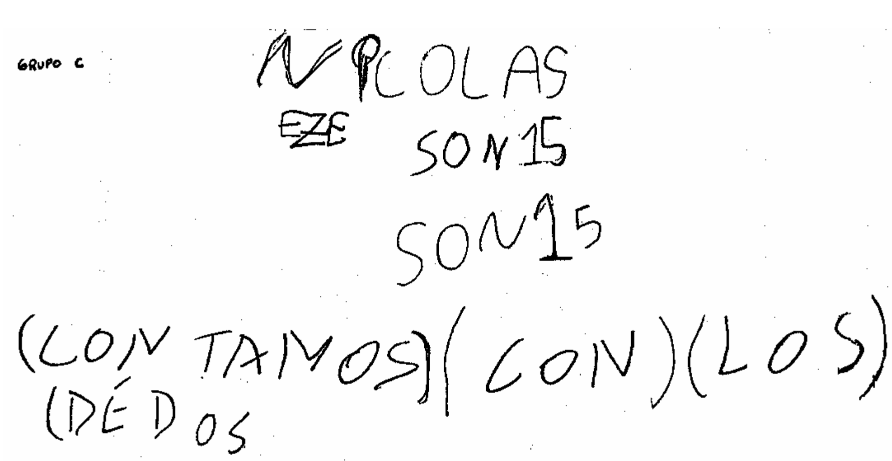
Se presenta a continuación algunas producciones escritas por alumnos de diferentes escuelas, producciones a partir del juego de la caja.

En varios de los casos, las maestras reconocieron que los chicos ya habían hecho cuentas de sumas y restas, y les llamó la atención que no las hayan podido usar. Esto muestra la falta de significado que los chicos le impregnaron a dichas operaciones.



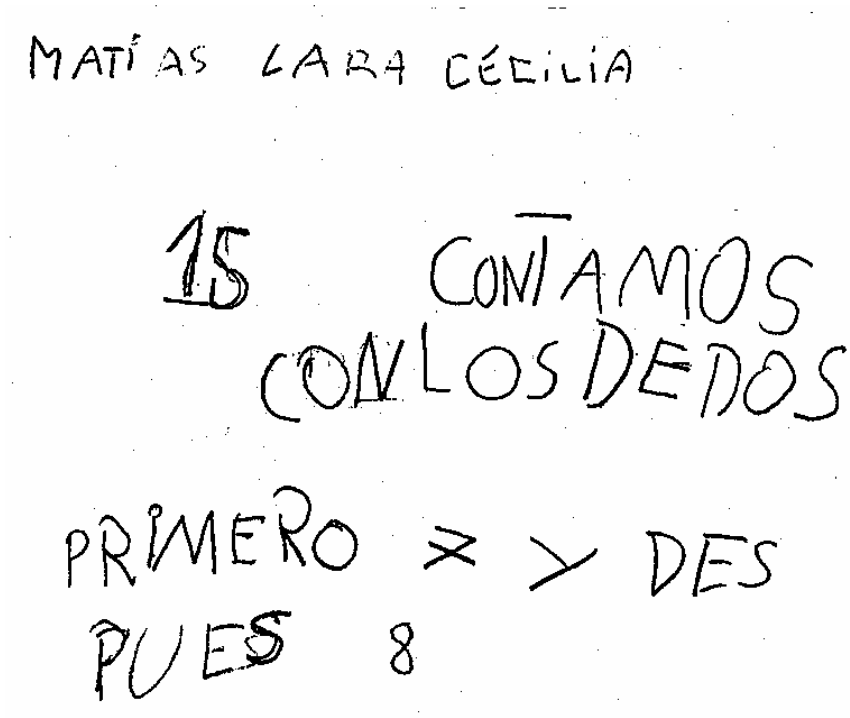
En el siguiente caso, primero pusieron el 7 y el 8. Al no haber entre ellos ningún signo, una alumno agregó el cero. Otro dijo que no, que tenía que ir el "más" y borran el 0 y ponen el +:





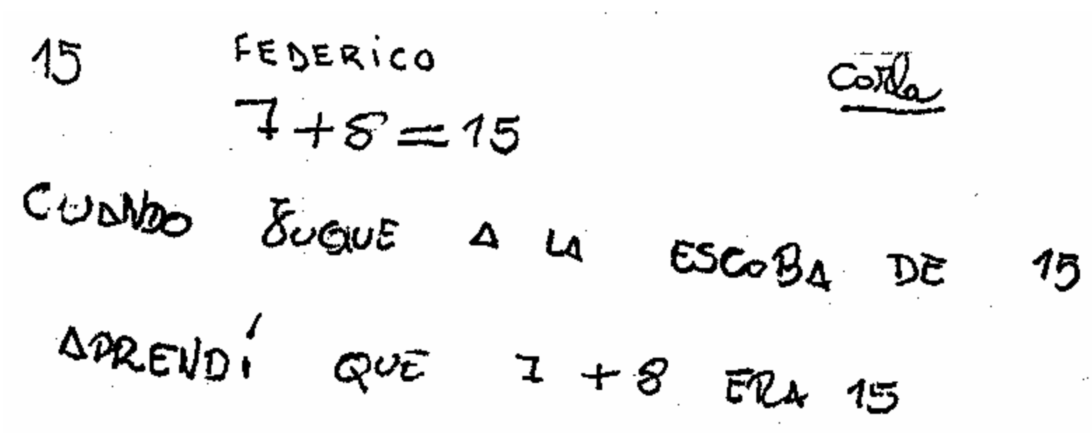
---

[3] Parra, C. Op. citada


MATÍAS LARA CECILIA

15 CONTAMOS CON LOS DEDOS

PRIMERO 7 Y DES PUES 8


15 FEDERICO Carla

7+8=15

CUANDO JUGUE A LA ESCOBA DE 15

APRENDÍ QUE 7 + 8 ERA 15

Juego de la Caja. Fase 2

Objetivos del maestro:
- Provocar la aparición de escrituras aditivas
- Proponer una situación que favorece la construcción del sentido de escrituras tipo a + b = c
- Comprometer la distinción entre datos y resultado

Organización de la clase: grupos de 4 o 5 alumnos y una cantidad par de grupos. La mitad son emisores y la otra mitad receptores. Se entrega a cada equipo emisor una bolsa o caja y 20 chapitas. Se recuerda a los niños el juego de la caja, cuando pusieron primero algunas chapitas y luego otras y averiguaron cuántas había en total. Se explica que primero van a trabajar la mitad de los equipos.

Consigna para los equipos emisores:

"Ahora van a hacer lo mismo en cada equipo, con la cantidad de chapitas que ustedes elijan, pero va a ser un secreto entre ustedes. Van a escribir un mensaje al equipo que juega con ustedes, sin dibujos, nada más que con números, para que el otro equipo, con ese mensaje, pueda averiguar cuántas chapitas hay en la caja"

Consigna para los equipos receptores:

"Con el mensaje que les mandan y conversando entre ustedes tienen que ponerse de acuerdo y escribir en el papel la cantidad de chapitas que hay en la caja. Cuando lo hagan, van a ir a encontrarse con el otro equipo y ver que pasó"

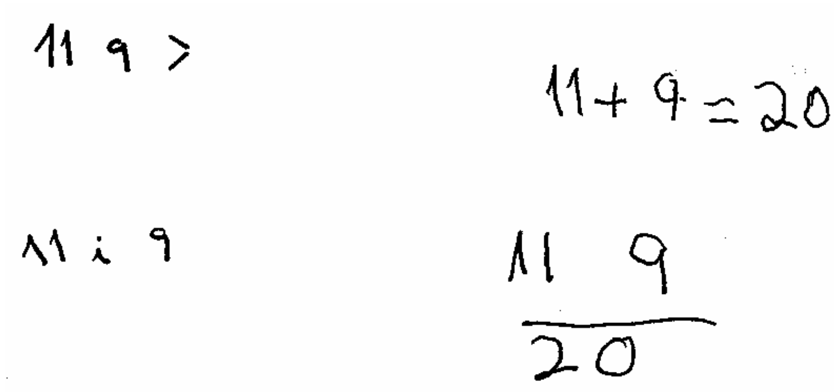
Se comentan colectivamente las producciones, se analizan las contradicciones, desajustes y dificultades.

Posteriormente se vuelve a jugar cambiando los roles de los equipos.

Al término de la segunda vuelta se recogen los mensajes y, junto con los anteriores se colocan en un afiche que dice: JUEGO DE LA CAJA

Si esta secuencia se utiliza como introducción al problema de la escritura, después de varias realizaciones se oficializa la utilización del signo + e =.

Estos son algunos de los mensajes elaborados por los chicos:



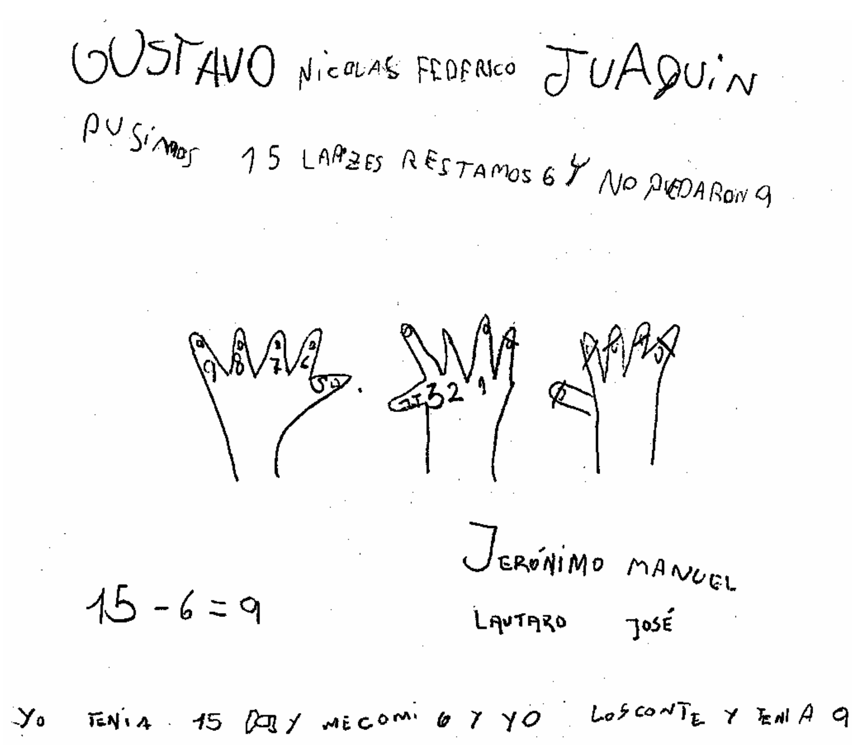
Juego de la Caja: Sacando Cubos

Se reproducen las fase 1 y 2, pero el segundo alumno retira objetos de la caja. Por ejemplo: un alumno pone 15 chapitas, el segundo retira 6. Los niños deben determinar cuántas quedan en la caja. Como antes, se trata centralmente de que los alumnos:

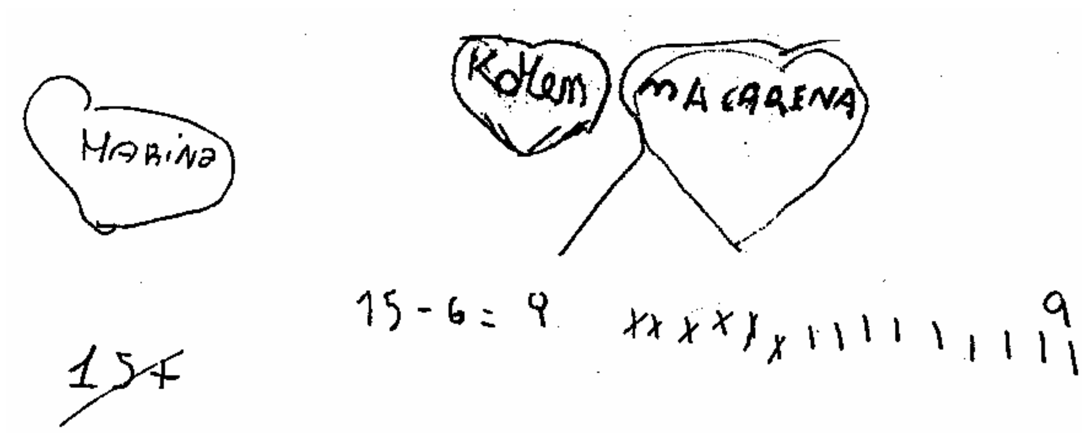
- comprendan que la anticipación es posible: se pueden elaborar los resultados numéricos de una transformación, incluo cuando esta no resulta directamente accesible
- sean capaces de elaborar procedimientos de resolución, que pueden variar desde una concretización de la situación, la utilización de diversas formas de conteo, hasta incluso la puesta en juego de elementos de cálculo.
- Comiencen a producir codificaciones escritas de sustracciones.

Otorgar sentido y utilizar correctamente las escrituras del tipo a - b = c requiere de múltiples situaciones e instancis de trabajo. El juego de la caja puede tener carácter introductorio y deberá formar parte de una propuesta más amplia.

Estas son algunas muestras del trabajo:



En el siguiente caso, conversan entre los compañeros del grupo sobre la operación a utilizar, determinando la suma. Cuando lo escriben interrumpe Marina diciendo: “No tachá, que es de menos, le sacó, no le agregó” :



Luegon acotan que el igual es lo que te queda

Juegode la caja. Fase 3

Cálculos Fáciles y difíciles[4]

Durante el transcurso de los juegos se han ido escribiendo en el afiche los cálculos sobre los que se fueron trabajando.

Material: el afiche con los cálculos

Organización: la clase se divide en grupos de 2 o 3 niños.

Consigna
"Hoy vamos a trabajar sobre los cálculos que fueron escribiendo y resolviendo cuando jugamos al juego de la caja. Van a conversar entre ustedes cuáles les parecen fáciles y cuáles difíciles. Van a tener que ponerse de acuerdo y escribirlos en dos columnas: la de los fáciles y la de los difíciles. Después van a mostrar como les quedaron y vamos a comentar por qué unos les parecen fáciles y otros difíciles."

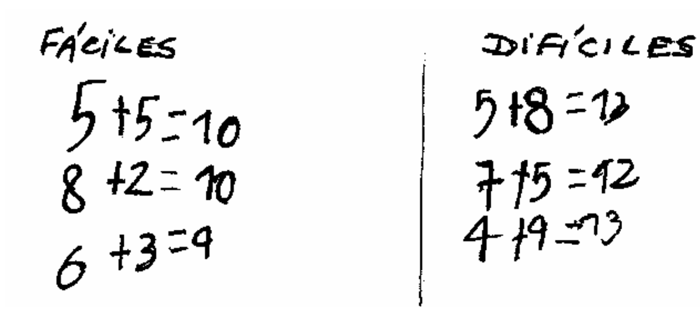
Los grupos trabajan y presentan su clasificación. A partir de ello se observa cuáles son los cálculos que a todos les parecen fáciles y cuáles son los criterios usados por los alumnos. Lo mismo para los difíciles.

A partir de esta clasificación y de los criterios usados, en otra clase se propone una nueva actividad: *"pensar y proponer cálculos fáciles como estos, pero que no estén en este afiche"*

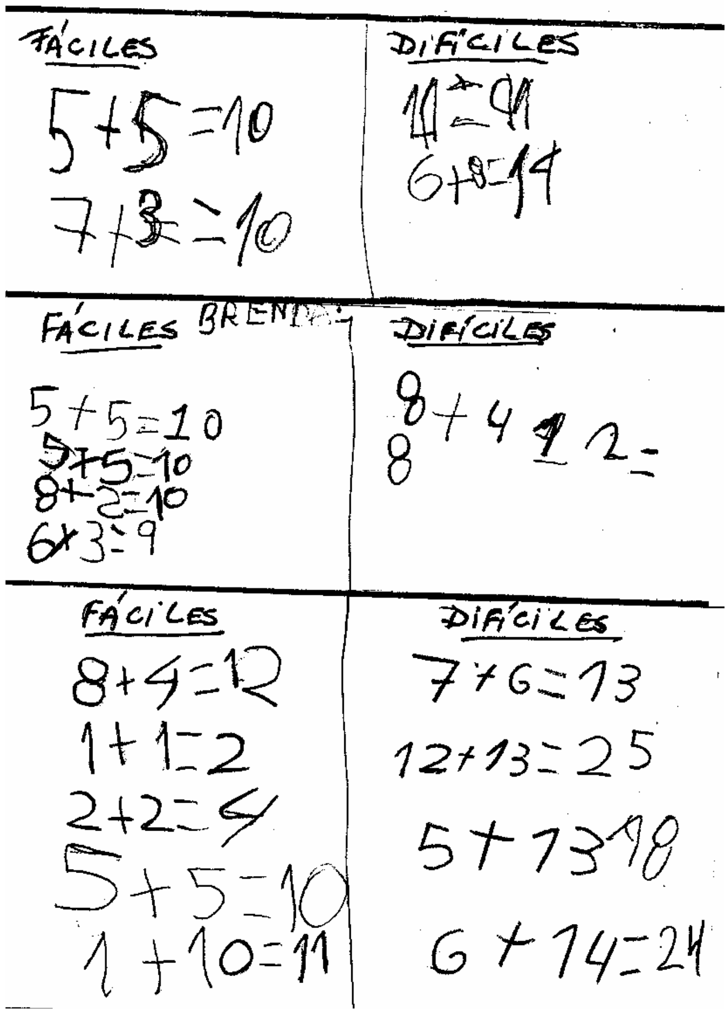
La idea es que los alumnos recuperen los criterios que determinaron que dichos cálculos eran fáciles y puedan encontrar nuevos cálculos. Otro día se repite la misma actividad para los difíciles.

De algún modo, los fáciles se van convirtiendo en los que "hay que saber" y los difíciles en los que "hay que resolver"

Algunas producciones de los chicos son como las siguientes



[4] Es muy interesante que aparezcan cálculos como 10+5, 20+3, 40+8 como 2+2, 3+3, 4+4….. A su vez también deberán aparecer 23-3, 45-5 o 4+10, 56+20. En varios de estos casos, el recurso del Castillo es muy pertinente.



Durante mucho tiempo se ha insistido en que los alumnos no hagan cuentas sueltas, sino que estén dentro de un contexto.

Pareciera que el Juego de la Caja: Fáciles y Difíciles es hacer cuentas sueltas. Por un lado es cierto, pero el problema reside precisamente en encontrar un conjunto de relaciones que puedan ser el sostén de las decisiones que toman los alumnos. En el terreno de hacer matemática, las relaciones numéricas es el punto central. Y es lo que se debe intentar que hagan los alumnos. Algunos problemas tendrán relación con la vida cotidiana, otros tendrán relación con otras disciplinas, y otros serán problemas netamente matemáticos, donde lo que se busca es que los chicos vayan entrando en el "hacer matemática", comiencen a producir resultados a partir de relaciones entre los números, resultados que serán respuestas a toda una gama de problemas bien diferentes, y que lo único que tienen en común es que se resuelven gracias al poder de la matemática.

De las estrategias personales a los algoritmos:

El trabajo en torno al Sistema de Numeración y al establecimiento de relaciones que permitan a los alumnos comprender el significado de la Suma y de la Resta requiere de mucho más tiempo del que el sistema de educación le está otorgando.

Es por ello que se plantea todo un año en torno a esas cuestiones para luego invitar a los alumnos, ante situaciones más complejas, buscar estrategias menos engorrosas, más económicas, entre las cuales, indefectiblemente se hallan los algoritmos convencionales.

Pero sería de suma utilidad que los mismos no estén tan alejados de las producciones a las que han arribado los alumnos, por ejemplo, si los chicos pueden resolver el siguiente cálculo, en el marco de un problema determinado:

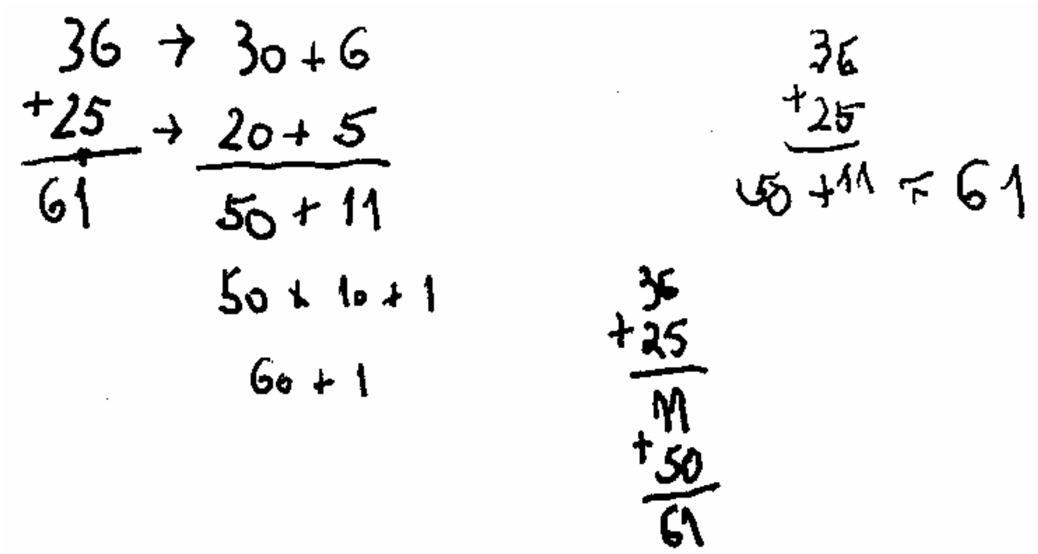
$36 + 25 =$

$30 + 6 + 20 + 5$

$50 + 11 = 60 + 1 = 61$

cuando se les plantea “parar la cuenta” pueden aparecer escrituras como las siguientes:

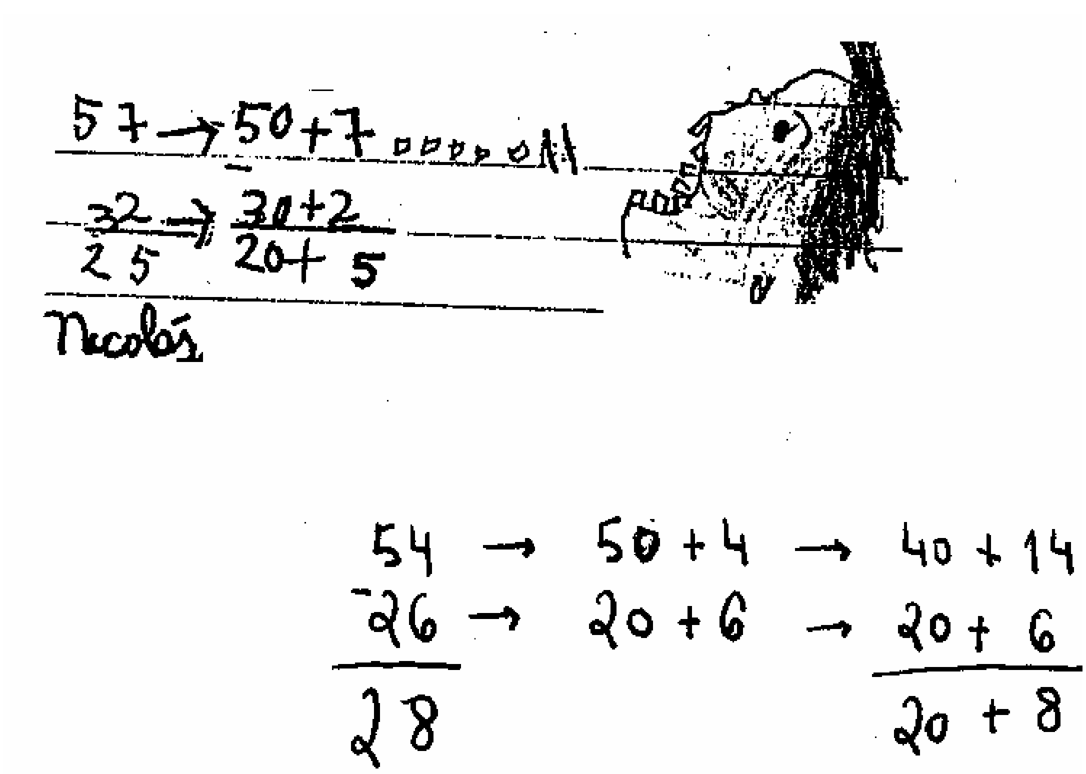
Leo:



Estos “algoritmos” pueden ser un paso intermedio entre los cálculos horizontales y la “cuenta parada” convencional.

Aunque en el caso de Leo se puede observar que es el algoritmo convencional pero “desarmado” en todos sus pasos intermedios.

En el caso de la resta, aparece la siguiente posibilidad:



En este caso, las producciones de los niños son posibles gracias al trabajo desarrollado durante todo primer año.

Estas producciones son acompañadas con algunas intervenciones docentes que intentan retomar las composiciones y descomposiciones aditivas realizadas por los alumnos en los cálculos horizontales, en el Juego del Castillo, en los fáciles y los difíciles, etc.

En dichas actividades aparecen argumentos de los alumnos que hacen factible la descomposición de un número, por ejemplo el 24, como 20 + 4 o como 14 + 10 o como 25 – 1 o de otra cualquier forma.

Estas actividades son recuperadas en esta etapa y por lo tanto, a los niños no le resulta extraño escribir el 54 como 50+4 o como 40+14

Para que estas producciones sean posibles, los alumnos deben haber recorrido un año, como mínimo, en el cual se haya trabajado las regularidades del sistema de numeración, los cálculos fáciles y difíciles, se hayan presentado variedad de problemas de suma y resta que evidencien los diferentes sentido de estas operaciones. En fin, la planificación del Primer Ciclo debe comenzar siendo colectiva entre los docentes involucrados y los directivos. Sin estas intenciones, es dificultoso que los niños arriben a los resultados acá demostrados.

CAPÍTULO 3: La División

La relación entre el conocimiento matemático producido por un matemático y dicho objeto en el ámbito institucional podrían compararse a una brecha, en la cual los puntos de intersticio guardarían una gran duda a la tarea de enseñar entre los docentes. Tal vez , esos puntos dan paso a los "fantasmas" que quisieran ser descubiertos. Esos fantasmas que durante años han circulado en la tarea pedagógica de los docentes que han intentado traspasarlos , comprenderlos, apropiarse de ellos y hallar la mejor forma de poder transmitirlos...

Hablando de fantasmas, ¿qué opinan de la división como tal ?, ¿podría ser uno de ellos?...

Como conocimiento matemático se podría decir que es un objeto complejo para cuya apropiación, el niño se apoya en conocimientos ya adquiridos en las otras operaciones.

Pero, ¿qué opinan alumnos y docentes que transitan la tarea de enseñar y aprender acerca de este objeto de conocimiento del área de la matemática...?

Ante la pregunta: "¿por qué creen que la división puede resultar difícil de ser aprendida por los niños?", docentes encuestados entre primero y séptimo años responden de la siguiente manera:

"porque no se aplican desde la enseñanza los pasos metodológicos conocidos".

"porque en esta operación se inicia la resolución por la unidad de mayor orden, a diferencia de las otras operaciones, considerando las metodologías hasta ahora utilizadas".

"porque la enseñanza no se apoya en el uso de material concreto".

"porque el docente no escucha las hipótesis de los niños, las cuales lo orientarían a intervenir de una manera mas apropiada al alumno".

Estos supuestos de los docentes con relación a las dificultades que presenta la división para ser enseñada y por lo tanto aprehendida, tiene su contracara en las opiniones de los niños. Ante la pregunta ¿creés que sabés dividir?, se obtuvieron diversas opiniones,... producto del paso por la escuela?. Entre ellas , las siguientes:

Los alumnos de cuarto año expresan que "saben dividir ".

Los alumnos de quinto año expresan que "saben porque piensan y las resuelven"...(se refieren a las cuentas). Alguno se ellos acota: "¡Me esforcé en aprender!."

Sexto año "no cree saber dividir" porque "no sale el cálculo mental".

Séptimo año dice que "creen saber hacerlo".

Octavo y Noveno años expresan contradictoriamente que "saben", otros "sabían", otros "hace mucho que no lo hacen por eso lo han olvidado", pero agregan: "Usando la calculadora no hay problemas..."

Para niños y docentes el fantasma de la división se presenta como un problema en el cual se entremezclan "metodología con cálculo mental" no aprendido; hasta del discurso de los chicos se desprende la idea de que este último representaría una posibilidad aparente para resolver divisiones en los grados inferiores , los mayores suponen que la posibilidad está con el uso de la calculadora ...

De la información obtenida a través de docentes y alumnos, se desprende que el objeto "división", como objeto de conocimiento es muy complejo y los docentes no "disponen" de recursos didácticos para enseñarlo...

¿Se podrían repensar los recursos didácticos a partir de la observación de los recursos de los cuales dispone el alumno?

¿QUÉ ENTENDEMOS POR DIVISIÓN?

"...La enseñanza moderna,...pone énfasis en la comprensión de lo que significa cada operación más que en su realización efectiva...", expresa Santaló[5]. Los alumnos en la escuela de hoy no

---

[5] Santaló, L. La matemática moderna en la escuela primaria y secundaria. Artículo.

debieran dudar de la operación que resuelve una situación problemática aunque cometan errores en el algoritmo.

R.Charnay considera que una de las dificultades principales de la enseñanza de la matemática es la significación de lo que se aprende. "...La construcción de la significación de un conocimiento debe ser pensada en dos niveles:

- un nivel externo: cual es el campo de utilización de este conocimiento, y cuales son los límites de ese campo... y
- un nivel interno: como funciona tal recurso y por que funciona..."[6]

Con relación a la significación de la "división" se podría decir que:
el algoritmo por si mismo no sería significativo para niños de primer ciclo. Hablando en términos de "partir" ,"repartir" ,"agrupar"...y un contexto problematizador los niños de primer año están en condiciones de resolver problemas vinculados al concepto sin necesidad de pasar por el algoritmo. Es decir, que sería factible su enseñanza antes de tercer año y que si bien en tercero y durante el segundo ciclo se construye "oficialmente" su sentido, no es el único espacio donde se realiza.

A continuación se transcriben párrafos de tomas realizadas a niños de primer año a través de las cuales se fundamentan las afirmaciones anteriores:

"Se presentó el siguiente problema: tengo que repartir 25 caramelos entre nosotros 6, ¿cuántos caramelos doy a cada uno para que todos tengan la misma cantidad?"

Sara- Yo me los como a todos
Exp.- Mejor los repartimos entre todos...
Rom.- Los repartimos
Exp.- ¿ Cuántos para cada uno?
Sara - 5
Exp.- A mi me dejaron afuera...
Leandro- (Risas)...bueno, 4... a ver (reparten montoncitos de 4, para cada uno)
Exp.- ¿Todos tenemos la misma cantidad?
José- No, ella se quedó con 5
Exp.- ¿Así?
Sara- Éste queda...¿se lo puedo llevar a mi hermanito?

Se observa un intento de partición inequitativa (4, 4, 4, 4, 5) pero, recordada la consigna se concreta un división equitativa (4, 4, 4, 4, 4) con el consecuente resto (1) y la posibilidad de decidir que se hace con el mismo.

Las situaciones problemáticas que se presenten a los niños pueden involucrar la división exacta ($a : b = c$ para $b \neq 0$ de donde $b . c = a$), por ejemplo:
" Repartimos 25 figuritas en mi grupo de amigos, somos 5. ¿Alguien se quedó sin figuritas? ¿Alguien tuvo más que otro?";
O, la división euclidiana ($a : b = c$ y sobra un resto r con $b \neq 0$, de donde $b.c + r = a$) que permitiría incorporar la discusión sobre el resto (r) de la operación, como se observa en la toma a primer año anteriormente comentada.

El hecho de presentar problemas vinculados a la división desde primer año, da lugar a incorporar una banda de edades no pensada como parte del aprendizaje de la complejidad creciente de este concepto. Más que del concepto, de las situaciones problemáticas que lo involucren y de la posibilidad que se dé a los alumnos de compartir los distintos procedimientos, particulares o grupales, que dieran lugar a las resoluciones de estas situaciones.

ACTIVIDAD DESARROLLADA CON ALUMNOS DE SEGUNDO AÑO:

Se concretó una experiencia con relación al "tema fantasma", en Segundo Año de la E.G.B. de la Escuela Nº 6 del Distrito de Moreno. Participaron niños y docentes de la escuela (para quienes nuestro agradecimiento y reconocimiento por las colaboración brindada) y se recibió la colaboración del Profesor H. Itzcovich. En particular agradecemos a los docentes Claudia Ortíz, Analía Frías, Paola Di Muccio, Susana Pizzani, a la Inspectora María Elena Lan Franco (Area I, Moreno) y a los alumnos de 9º año A y su docente Alicia Lucera.

El objetivo fue generar un espacio para hipotetizar sobre problemas presentados y el propósito del equipo docente, favorecer el planteo de hipótesis y la confrontación de las mismas a través de situaciones problemáticas aún, no conociendo los algoritmos de todas las operaciones.

[6] Parra, C., Saíz, I. Didáctica de Matemática. Capítulo 4, Edit. Paidós. (1992)

La secuencia presentada se describe a continuación[7]:

Fase 1 :
Se preparó para cada uno de los cinco subgrupos de niños de un segundo año, un sobre con 100 "baldosas"(cartoncitos de 2 cm. x 2 cm.).

Fase 2:
La situación problemática inicial, de tipo oral fue la siguiente:

"Van a tener que sacar 35 baldosas de acá (se entregaron simutáneamente los sobres a los equipos), y armar un patio rectangular... Cada fila del patio tendrá 4 baldosas, mi pregunta es , ¿cuántas filas tendrá el patio?"

Esta situación problemática, resuelta en forma grupal y a través del uso de los objetos, presentó el valor de cada parte de la colección. Los niños debían averiguar el número de partes de la misma.

Experimentador: "¿Cúantas filas tiene el patio? "

Emi: "8 y falta 1".

Exp: "¿Dónde? "

Emi: "En la última fila".

Para Emi, la última fila existe de manera incompleta pero no la considera como parte de la respuesta sino hubiera dicho 9 filas. Al decir "falta 1 en la última" está involucrando los elementos que restan, aunque dice: *"faltan3."* en lugar de decir sobran 3

Fase 3:
"Ahora usaremos 26 baldosas... ¿Cuántas filas de 4 baldosas podremos armar? ".

Se observa que los niños operan sobre el patio ya armado, contando y restando baldosas.

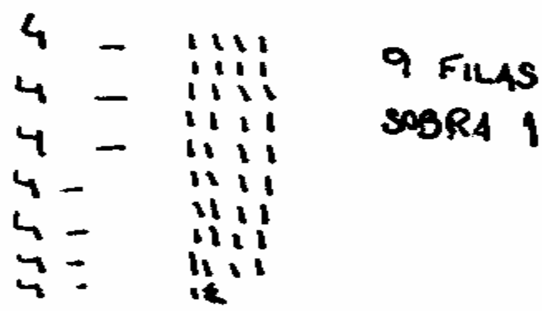
Exp.- "Con 26 baldosas ¿Cúantas filas pudieron armar? ".

Juan- "6 filas y sobran 2"

Fase 4:
"Cómo esto ya es muy fácil para ustedes, guarden las baldosas en el sobre, ya somos unos albañiles bárbaros ,sabemos armar los patios. Ahora tenemos 37 baldosas (pero los chicos no las tiene presentes) *tienen que descubrir cuántas filas de 4 baldosas va a tener el patio y cuántas baldosas sobran"*.

Se entrega hojas a los grupos. En general, los grupos decidieron que cada uno de sus integrantes dibujara una baldosa o una de las filas del total de la colección, y el papel entregado circuló en la mesa de cada subgrupo.

Exp: (con relación al grupo 2) "Dicen que ubicaron 32 baldosas."
Nacho: "Son 37."
Exp: "¿Se puede o no se puede hacer otra fila?"
Nacho: "Yo creo que sí.. (cuenta los palitos uno a uno que han dibujado)… Son 9 filas y sobra 1"



Fase 5:

Ahora tengo 22 baldosas, pero en lugar de 4 en cada fila, pongan 5 en cada fila. ¿Cuántas filas se pueden armar? ¿Cuántas sobran?. Traten de resolverlo sin hacer dibujos y busquen cuentas que conozcan que los puedan ayudar.

En cada subgrupo se intenta resolver y aparecen respuestas como esta:

César: "1 son 5, 2 son 10, 3 son 15, 4 son 20 y sobran 2"

Exp: "¿Por qué no lo escribís así como lo dijiste?"

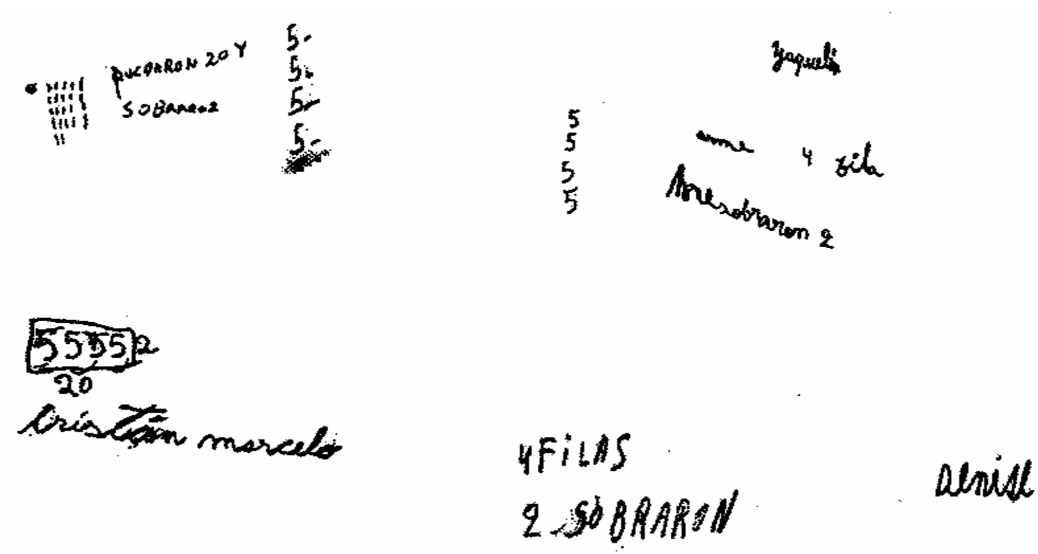
Este chico estableció una "relación de proporcionalidad" entre las filas y las baldosas, al descubrir la existencia de una regularidad entre los elementos de dicha relación.

Durante la puesta en común de los resultados, el experimentador retoma la información de los grupos y la escribe en el pizarrón, pudiendo observarse las siguientes ideas:

Algunos recurren a la suma:

Exp: "Acá sumaron así:"

Alumnos: "suman 20"



Estos grupos de chicos se deciden por la suma de sumandos iguales, considerando como sumando regular a la cantidad de baldosas por fila.

Otros realizan los repartos pero usando números en lugar de baldosas:

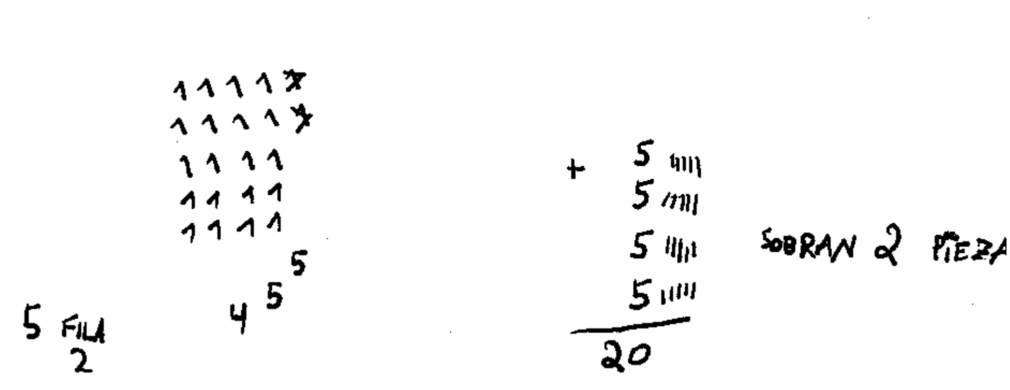
Exp: "Emi lo hizo así:

11111
11111

y siguió hasta el 20. ¿Cuántos le sobraron?"

[7] Adaptación de la versión publicada en Multiplicación, división y fracciones. Documento de trabajo Nº4 de la Dirección de Currículum de la Secretaría de Educación. G.C.B.A. 1997.

Alumnos: “sobraron 2”



En cambio, otros lo hicieron mentalmente:

Exp: “A ver, César, ¿cómo lo pensaste?”

César: “Con la mente”

Exp: “Empezaste con 5 y hago 1 (escribiendo en el pizarrón)”

César: “Con 10 hago 2
Con 15 hago 3
Con 20 hago 4” (mientras lo expresa oralmente, el experimentador anota en el pizarrón)

Exp: “Muy bien.”

Se observa en este caso la aplicación de una “relación proporcional” entre los elementos fila-columna. Esta regularidad permitiría establecer la razón entre dos números resultado del cociente entre los mismos.

Si bien esta experiencia se desarrolló en una clase de un día, la continuidad de un trabajo de este tipo, aumentando el tamaño de los números, habilitaría el uso de la multiplicación, en el caso de que los alumnos dispusieran de ella.

De esta forma, podrían aparecer escrituras que involucren la multiplicación, aproximándose cada vez más al resultado requerido por el problema, por ejemplo:

Se dispone de 87 baldosas para armar un patio rectangular, colocando 4 baldosas en cada fila. ¿Cuántas filas va a tener el patio y cuántas sobran?

Sumar 4 + 4 + 4 …..hasta alcanzar el 87 comienza a resultar engorroso, y justifica el uso de la multiplicación, por ejemplo, por 10:
“si hago 10 filas, uso 10 x 4 = 40 baldosas
si hago otras 10, uso otras 40
puedo hacer otra fila y sobran 3. En total son 21 filas y sobran 3.

O bien, ir restando las baldosas usadas:

87 – 40 = 47   (si hago 10 filas)

47 – 40 = 7   (si armo otras 10 filas)   son 21 filas

7 – 4 = 3   (si armo otra fila)

sobran 3 baldosas.

ALGUNOS EJEMPLOS DE PROBLEMAS POSIBLES DE PRESENTAR A LOS ALUMNOS:

"...El abordaje de una variedad de problemas es un trabajo complejo y a largo plazo. Considerar como objeto de la enseñanza a los problemas de la división significa asumir dicha complejidad. Para ello nos parece importante promover una organización de la clase que permita trabajar con esta complejidad y con la diversidad...".[8]

Los docentes de la Escuela en la cual fue aplicada la secuencia anteriormente presentada, realizan la siguiente propuesta de problemas orientados al ciclo con la intención de presentar una variedad de situaciones:

1.- Juan tiene 50 caramelos y quiere darle 5 a cada nene ¿para cuántos nenes le alcanza?

2.- Mi señorita trajo una caja con 130 bolitas para repartir entre nosotros 10, ¿sobran algunas?.

Breve nota: Mientras lee los problemas anteriores y posteriores ¿ podría observar las características de las preguntas...?

3.- En cada página de mi álbum de figuritas tengo 6 figuritas. Si tiene 30 páginas y llené la mitad ,¿cuántas figuritas tengo ?.

4.- Un camión distribuirá 350 cajones de verduras en 5 negocios, ¿cómo podría hacerlo para que no sobre ninguno dejando distinta cantidad de cajones en cada negocio?.

5.- Venía un grupo de 16 hormigas a descansar en 3 hormigueros pequeños. Decidieron separarse para ocuparlos, ¿de que manera podrían hacerlo?

6.- Mamá gusana trajo 4 manzanas para que comieran sus 7 hijos, ¿cómo hizo la mamá para que comieran todos ?.

Se plantearon distintos problemas en los cuales, es probable que los alumnos apliquen diversos modos de producción de hipótesis y procesos para alcanzar resoluciones distintas o no, de acuerdo a los recursos que tengan disponibles.

Entre otras, la intención del equipo docente que trabajó en esta pequeña investigación, es proponer a los demás docentes reflexionar sobre la *formulación de las preguntas que hacen a las situaciones problemáticas* que se presentan a los niños. Es decir, se cree que las mismas no debieran llevar involucrada la operación que se debe realizar, que debieran permitir la hipotetización de procedimientos y no directamente la cuantificación de un resultado...(dejemos de lado la famosa pregunta: ¿cuántos caramelos le tocan a cada uno?)...

Pero ésta, es simplemente es nuestra reflexión...

[8] Broitman, C. La enseñanza de la división en Primer Ciclo. Revista Zona Educativa. Julio 1998

A modo de reflexión final

En los últimos años se ha destacado que la enseñanza de la matemática se debe basar en el trabajo con problemas. Esto es innegable . Pero cierto es que no es muy claro que significa esto.

No cualquier problema es pertinente para que los alumnos movilicen sus conocimientos y produzcan nuevas y más complejas relaciones entre los números. No cualquier problema permite que los alumnos se vayan aproximando al concepto de suma y resta. Y mucho menos al de división.

Que los chicos resuelvan problemas no garantiza automáticamente que dominen un concepto matemático. Dichos problemas, y más que eso, toda una variedad de problemas es la que da sentido a un conocimiento matemático. Por lo tanto, la secuencia de actividades que se elija favorecerá (o no) que los alumnos se apropien y produzcan un conocimiento matemático. Dicha secuencia no es azarosa. Está íntimamente ligada con los conocimiento de que disponen los alumnos, de las intervenciones docentes, de los intercambios entre pares que se promuevan, de las "verdades" colectivas a las que se va arribando, de los tiempos que se autorice sin "correr" tras la planificación, de la coordinación con otros docentes y los directivos de la institución escuela, en definitiva, de un proyecto que ponga en el centro de atención los objetivos reales: la transmisión de una parte de la cultura que la humanidad ha producido y los modos en que son producidos (o al menos proximidades de dichos modos)

Estas decisiones permitirán a los alumnos comenzar a tener otro tipo de vínculo con el saber, animarse a producir resultados (erróneos, parciales, poco formales) pero justamente de eso se trata, de repensar en las diferentes maneras en que un chico que tiene entre 6 y 9 años se aproxima cada vez más al quehacer matemático.

Una de las cuestiones a destacar con relación a este documento es que aborda el sistema de numeración desde un punto de vista que pone el acento en las funciones y los tipos de problemas que permiten resolver los números. En particular, el conocimiento del sistema de numeración.

Se ha optado por no abordarlo desde los conceptos de unidad, decena y centena ya que los mismos ponen en juego la multiplicación y la división. Lógicamente, cuando armamos "grupos de diez", lo que hacemos no es más ni menos que dividir por diez. ¿Cuántas decenas tiene el 1234? Para responder esta cuestión, basta "correr" un lugar la coma. Y esto es dividir.

Sin duda, los chicos pueden decir que en el lugar de las decenas está el 3, pero esa respuesta indica que saben que ese número que está ahí es el número 3, y no que representa al 30. Para que puedan pensar en que dicho número representa el 30, deben anteriormente saber que $34 = 3 \times 10 + 4$ y esto involucra la multiplicación.

Estas razones motivaron la opción de trabajar con los números tal como se los lee, se los escribe y el lugar que ocupan en la serie. Es más sencillo para los chicos pensar que el 34 es 30 + 4 , que tiene "cosas similares" con otros que también empiezan con el 3, que está después del 33, que apelar a la multiplicación para descomponer los números.

Por último se pretende destacar que no son todos "problemas vinculados a la realidad" los que se presentan a los chicos. Si sólo se presentan a los alumnos problemas "reales" se corre el riesgo de que la escuela carezca de sentido más allá de tercero o cuarto año. La fuerza de la matemática reside en su capacidad de anticipación, en no necesitar experimentar para encontrar la respuesta a un problema (nadie se ha subido al Aconcagua para saber su altura). Es principalmente el conjunto de relaciones que los chicos pueden establecer a partir de problemas que se les planteen, lo que caracteriza el "hacer matemáticas" en este ciclo. Estas relaciones pondrán en juego los números, las operaciones, las figuras, las mediciones, en definitiva, esa porción de construcción cultural que desarrolló la humanidad a lo largo de miles de años que se supone resulta útil para conocer más y mejor y poder tomar decisiones más apropiadas.

BIBLIOGRAFÍA

Brousseau, Guy (1993)."Los diferentes roles del maestro". En Parra, C. y Saiz, I. (comp.) *Didáctica de Matemáticas*. Ed. Paidós, Buenos Aires.

Brousseau, Guy. "Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la Didáctica de las Matemáticas?". Enseñanza de las Ciencias, vol. 8 n3, 1990 y vol. 9,n1, 1991.

Castro, Adriana (1995). *Matemática en el Nivel Inicial. Documento de Trabajo.* Dirección de Curriculum, MCBA.

Charnay, Roland (1990). "Aprender por medio de la resolución de problemas". En Parra, C. y Saiz, I. (comps.) *Didáctica de Matemáticas*. Editorial Paidós, Buenos Aires, 1994.

Lerner, Delia (1992). *La matemática en la escuela*. Ed Aique, Bs. As.

Parra, C y Saiz, I. (1992) *Los niños, los maestros y los números*. Dirección de Curriculum, MCBA., Buenos Aires.

Parra, C y Saiz, Y.(1994) (comps.). *Didáctica de Matemáticas*. Editorial Paidós, Bs. As.

Sadovsky, Patricia (1992). *"Fundamentación de Matemática"*. Documento para el Nivel Medio. Provincia de la Pampa.

Vergnaud, Gerard (l991). *El niño, las matemáticas y la realidad, el problema de las matemáticas en la escuela*, Ed Trillas, Méjico.

Vergnaud, G y Ricco, Graciela: *“Didáctica y adquisición de conceptos matemáticos. Problemas y métodos"* Revista Argentina de Educación nº6, AGCE