

*Provincia de Buenos Aires
Dirección General de Cultura y Educación
Subsecretaría de Educación
Dirección Provincial de Educación de Gestión Estatal
Dirección de Educación General Básica
Gabinete Pedagógico Curricular - Matemática*

***ORIENTACIONES DIDÁCTICAS PARA
EL TRABAJO CON LOS NÚMEROS EN
LOS PRIMEROS AÑOS DE LA EGB***

Introducción

Durante los últimos años se han desarrollado numerosos encuentros organizados por esta Dirección con maestros, profesores, directores e inspectores de diferentes escuelas, distritos y regiones con la finalidad de ofrecer espacios de reflexión conjunta sobre la enseñanza de ciertos contenidos del área de matemática. A partir de dichos encuentros, se han elaborado ya los documentos N° 1/99, Orientaciones sobre la Enseñanza de la División (2/01), Orientaciones sobre la Enseñanza de la Geometría (3/01) y Orientaciones sobre la Enseñanza de la Multiplicación (4/01) en los que se recuperan experiencias de maestros y directores con el objetivo de difundirlas.

Este documento propone algunos problemas para la enseñanza de los números en los primeros años de la EGB. El marco teórico desde el cuál se enfoca el tema es la Didáctica de la Matemática. Nos brindan aportes específicos para orientar la enseñanza de la numeración diversas investigaciones sobre su aprendizaje y enseñanza: Lerner (1992); Lerner y Sadovsky (1994); Scheuer (2001); Carraher, Carraher, Schliemann (1991), Ferreiro (1986), Alvarado y Ferreiro (2000), etc. Para este trabajo se han considerado también experiencias realizadas en las aulas y diversos documentos de diseño y desarrollo curricular (GCBA, 1992; Diseño Curricular de la Prov. de Bs. As. , Pre Diseño Curricular GCBA, 1999; Documento 1/99 DEP, Pcia. de Bs. As., etc.)

Este material, tiene la intención de acercar a los docentes una variedad de problemas que permitan a los alumnos usar sus conocimientos y construir nuevos. Se incluyen relatos del trabajo realizado en las aulas y las respectivas producciones de alumnos. Agradecemos a los siguientes docentes que nos autorizaron a difundir su trabajo: Mónica Capurro de la Escuela N° 1 Bartolomé Mitre de Marcos Paz; docentes de tercer año de la Escuela N° 1 de 25 de Mayo; docentes de primer año de la Escuela N° 1 de Gral Alvear; Graciela Bracco, maestra de segundo año de la EGB N° 14 de la localidad N. de la Riestra en 25 de Mayo; Nancy Rodríguez, Angela Sanchez, Paola Albarracín, Laura Scheren, Julieta Riquelme y Noemí Roldán, maestras de primer ciclo y maestra recuperadora de la EGB N° 72 de Merlo.

Horacio Itzcovich y Claudia Broitman

Presentamos una variedad de problemas organizados para los tres primeros años de la EGB. La elección de los mismos se basa en la convicción de algunas ideas centrales¹:

- Los niños inician primer año con una gran variedad de conocimientos numéricos sobre los usos sociales de los números, sobre la serie oral, sobre la escritura de los números, sobre las relaciones entre la serie oral y la escritura de los números y también sobre el manejo del dinero, etc. Evidentemente dichos conocimientos son asistemáticos, intuitivos, a veces erróneos, muchos son no convencionales y suelen ser muy heterogéneos entre los niños de una misma clase².
- Los conocimientos numéricos iniciales de los niños constituyen el punto de partida para nuevos aprendizajes. Es responsabilidad de la escuela promover su aparición en las aulas y tender puentes entre ellos y los conocimientos numéricos que se intenta enseñar.
- Los niños pueden aprender a leer y escribir números de diversos tamaños, a comparar números de diversa cantidad de cifras, a realizar algunos cálculos mentales y resolver gran variedad de problemas numéricos aún cuando no hayan comprendido la totalidad de los aspectos que subyacen a nuestra numeración posicional y decimal. Los aspectos multiplicativos de nuestro sistema de numeración son los más complejos de ser adquiridos por los niños³.
- Los niños pueden aprender en los primeros años de la escolaridad a escribir, leer y ordenar números. Sin embargo, los conocimientos que ellos deben aprender en esos años son mucho más amplios. Hoy sabemos que no es necesario esperar a que los niños dominen la lectura y la escritura de los primeros números para poder realizar un trabajo de investigación que les permita ampliar sus conocimientos sobre las regularidades de nuestro sistema de numeración sin ningún límite en el tamaño de los números. Por el contrario, reflexionar sobre los números en su totalidad incluso los ayudará a adquirir conocimientos sobre los números más pequeños.
- El estudio del sistema de numeración, del mismo modo que otros objetos matemáticos, puede ser abordado a partir de la resolución de problemas y la reflexión sobre los mismos. Los conocimientos numéricos así contruidos estarán cargados de sentido para los alumnos y les serán fértiles para resolver nuevos problemas.

Resultan necesarias algunas aclaraciones sobre la presentación que se hace de los problemas. En primer lugar tienen finalidades muy variadas. Por ejemplo algunos apuntan a que los niños reconozcan la variedad de usos sociales de los números y a que amplíen su uso a dominios hasta el momento tal vez desconocidos para muchos. Otros tienen como intención dar oportunidades para que los niños estudien el funcionamiento de los números, aspectos tales como la serie oral, el orden, la escritura, el valor posicional, etc. Ambos – sus usos y su funcionamiento - pueden ser abordados simultáneamente y contribuyen recíprocamente a la constitución del sentido de los números. Sin embargo el listado no pretende ser exhaustivo, quedan afuera conocimientos involucrados que estos problemas no abordan. Algunos problemas pueden corresponder incluso a diversos objetivos.

¹ Para ampliar estas ideas se remite a la bibliografía mencionada.

² Algunas investigaciones que relevan estos conocimientos son Lerner (1992); Lerner y Sadovsky (1994); Scheuer (2001); Carraher, Carraher, Schliemann (1991), Ferreiro (1986), Alvarado y Ferreiro (2000).

Es necesario distinguir diferentes niveles de expectativa. Algunos problemas apuntan al dominio de ciertos conocimientos cuya apropiación puede ser evaluada individualmente luego de varias oportunidades dadas a los niños para interactuar con ellos. Otros problemas, en cambio, apuntan a generar condiciones en el aula para investigar aspectos de los números cuya apropiación, de más largo plazo, no pretende ser evaluada en términos individuales ni inmediatos. Se trata de situaciones para promover la reflexión y la indagación sobre los números sin límite alguno en el campo numérico. No se espera, de ningún modo, que dichos conocimientos formen parte de la promoción de los alumnos.

Los problemas no están presentados en orden para la planificación anual. Muchos tipos de problemas pueden ser abordados en el mismo período escolar. Es necesario plantear a los alumnos varios problemas similares en forma continuada, de modo tal que todos los niños tengan oportunidad de comprenderlos, de conocer diversas formas de resolverlos, de hacer evolucionar sus estrategias y de apropiarse de los conocimientos que han circulado en la clase. Incluso, una nueva colección de problemas similares puede ser planteada en el mismo año, en otro momento, con la misma o mayor complejidad.

Muchos tipos de problemas se presentan en los diferentes años. Partimos del supuesto de que es necesario un largo plazo para la construcción de algunos conocimientos numéricos de cierta complejidad y creemos necesario dar oportunidades a los niños de volver a enfrentarse nuevamente al mismo tipo de situaciones. Si bien se realizan sugerencias y orientaciones de problemas por año, será interesante que los maestros releven si sus alumnos, en los años anteriores han aprendido a resolver los tipos de problemas que se presentan para años anteriores. En el caso de que los maestros consideren necesario, muchos problemas propuestos para primer año, pueden ser presentados a alumnos de segundo o tercero. Lo mismo ocurre con los problemas para segundo año en relación con tercer año.

Sugerencias de problemas para primer año de la EGB

1) Problemas que involucran la utilización de los números en diferentes contextos y portadores de uso social.

- a) Conocer y comparar diferentes tipos de calendarios y las formas en las que se presenta la información en cada uno de ellos. Investigar cuáles son los números que indican los años y cuáles los días del mes. Comparar cuántas cifras tienen los números del año y cuántas los días y hasta qué números llegan. Usar los calendarios para averiguar cómo se leen o escriben números hasta el 30 o 31 y por qué no hay números más grandes que el 31. Usarlos también para saber dónde está escrito 2000, 2001, etc.
- b) Leer y comparar precios, distinguir dónde “dice” los pesos y dónde los centavos. Comparar objetos que se paguen con pesos y con centavos y cuánto pueden costar aproximadamente. Estimar precios diferentes. Buscar en los envases de alimentos dónde informa el precio, dónde el código, dónde el peso o la capacidad, o la cantidad de objetos, qué otros números hay en los envases, etc.

³ Un análisis acerca de la complejidad en la adquisición de los aspectos multiplicativos puede consultarse en Lerner (1992) y Lerner y Sadovsky (1994).

- c) Dibujar o copiar tableros de ascensores, controles remoto, los números del teléfono, etc. Determinar el tamaño de los números en cada uno de estos portadores, etc.
- d) Usar metros de carpintero y de costurera para buscar información sobre cómo se llama o cómo se escribe un número, fijarse hasta qué número llega, comparar estos portadores con el almanaque.
- e) Usar los números de las páginas de los libros para recordar hasta dónde se alcanzó a leer, comparar la cantidad de páginas del libro que estén leyendo con la cantidad de páginas de la guía de teléfonos. Escribir en las páginas de los libros de texto que se usan los números que faltan porque hay dibujos. Analizar en qué otros lugares hay números ordenados y en cuales hay números pero están sueltos o desordenados (números de los colectivos, chapas de los autos, etc.)
- f) Investigar los números que hay en los billetes y qué otros números están escritos además del valor del dinero. Comparar y ordenar billetes y monedas según el valor. Comparar con billetes de otras épocas o de otros países.
- g) Analizar que algunos números indican la cantidad de objetos (en una caja de alfajores, por ejemplo), en otros casos indican la medida (como la cantidad de litros de una botella), que a veces indican un orden (como por ejemplo en el ascensor) y en otros esos números son solamente códigos y no tienen valor de cantidad ni de orden (como el número del colectivo), etc.

Será importante que los niños empiecen a tener conciencia de la variedad de “lugares donde se usan los números” incluso cuando no formen parte de su vida cotidiana (por ejemplo ascensores o colectivos). Se apuntará también a que progresivamente los niños diferencien usos sociales de los números (si es un número que indica cuántos hay, o el peso, o ese número es como un nombre pero no informa nada más, si esos números están sueltos o están ordenados, etc.).

Se promoverá desde los primeros días de clase de primer año el uso cotidiano en el aula de variados portadores. Los mismos se constituyen en “lugares de consulta” acerca de cómo se escribe un número, cómo se llama (contando en voz alta desde 1 o desde un número conocido) o si un número es mayor o menor que otro, buscar el siguiente, etc.

2) Problemas que exijan contar y comparar grandes colecciones de objetos.

- a) Coleccionar las primeras semanas de clase figuritas o tapitas de gaseosas. Contar periódicamente la cantidad de objetos de la colección y registrar dichas cantidades. Comparar las estrategias que usan los niños cuando la colección aumenta: algunos alumnos vuelven a contar desde uno y otros se apoyan en la lectura de la etiqueta como punto de partida. Leer y ordenar diferentes etiquetas que indican cuántos objetos coleccionó cada grupo. Armar un cuadro de doble entrada con información sobre la cantidad de elementos de las colecciones de cada grupo en los diferentes días en que se hizo el recuento.
- b) Determinar si la cantidad de objetos de una colección coincide con lo que se indica. Por ejemplo, con cajas de fósforos. Inicialmente realizar el conteo y control con cajitas de 40 fósforos y luego con cajas de 200 o 400 fósforos. Esta actividad puede ser planteada con una organización grupal de manera tal de promover la necesidad de que los niños

tengan que ponerse de acuerdo en las estrategias de conteo (si se arman pilas o montones de 10 en 10, de 5 en 5, de 100 en 100, etc.)

- c) Contar los materiales del aula y etiquetar las cajas que los contienen (por ejemplo 20 tijeras, 15 reglas, 6 calculadoras, etc.). Periódicamente controlar que coincidan las etiquetas con los objetos que indica. Corregir o reescribir nuevas etiquetas si aumenta o disminuye la colección.

En estos problemas se apunta a generar condiciones para que los niños puedan aprender a contar objetos haciendo corresponder la serie oral con los mismos, a que puedan leer e interpretar las etiquetas realizadas y a que puedan también comparar la cantidad de objetos de cada colección mirando las diversas escrituras numéricas. Evidentemente son problemas para los niños en tanto no tienen un dominio total de los campos numéricos planteados.

3) Problemas que permiten el conocimiento del sistema monetario vigente.

- a) Conocer qué billetes y monedas existen, ordenarlos de mayor a menor, conocer y registrar algunas equivalencias entre los mismos.
- b) Interpretar en listas de precios qué parte del número corresponde a pesos y cuáles a centavos. Comparar diferentes formas en las que aparecen escritos en las publicidades los números correspondientes a pesos y los correspondientes a centavos (\$ 2, 50 ; 2 pesos y 50 centavos; \$ 2 ⁵⁰ ; \$ 2 ₅₀; etc.).
- c) Analizar qué otras informaciones numéricas hay en billetes y monedas (año de emisión, serie, etc.) además del valor del dinero.
- d) Realizar cálculos mentales (escritos u orales) que involucren sumar billetes y monedas de diferentes magnitudes.
- e) Estimar qué podría comprarse con cada moneda o cada billete o con determinada cantidad de monedas o billetes.
- f) Resolver problemas que exijan determinar con qué billetes o monedas se pueden pagar ciertos artículos - dados sus precios - y con cuáles billetes y monedas se podría recibir el vuelto.

El objetivo de este tipo de problemas es que los alumnos puedan apoyarse en sus conocimientos sobre el dinero como punto de partida para estudiar los números. Los diferentes problemas les permitirán leer, escribir, ordenar y hacer cálculos con ellos. El contexto del dinero les facilita en este momento de sus aprendizajes una mayor anticipación y por lo tanto mayor control de los resultados posibles.

4) Problemas orales que permiten investigar regularidades de la serie numérica sin límite alguno en el tamaño de los números.

- a) Situaciones de recitado a partir de cualquier número y posterior reflexión acerca de las regularidades utilizadas. El docente cuenta en voz alta a partir de un número y cuando se detiene continúan los alumnos. Por ejemplo: “treinta, treinta y uno...” y los alumnos continúan “treinta y dos, treinta y tres, treinta y cuatro...” Luego el maestro amplía el campo numérico “Setenta y nueve, ochenta...” y luego incluso números mucho mayores: “mil, mil uno...” Los niños retoman: mil dos, mil tres, mil cuatro...” o “un millón,

un millón uno, un millón dos , un millón tres...” Los niños se apoyan en las regularidades descubiertas para una porción de la serie para extenderlas a otra porción. Se intentará que los niños expliciten “cómo hacen para saber qué número viene después”. No se espera de ningún modo la escritura de dichos números o una comprensión acabada acerca de la cardinalidad de los mismos. Se apunta a la investigación de las regularidades de la serie oral y a su explicitación.

- b) Situaciones orales que exijan contar de 10 en 10, de 100 en 100, etc. como por ejemplo conteo de monedas, de billetes, de objetos de una colección.
- c) Problemas que exijan hacer sumas, en forma oral, de números “redondos” y posterior reflexión acerca de las estrategias utilizadas para averiguar el resultado: diez más diez más diez; o cien más cien más cien, etc. E incluso sin límite en el tamaño de los números. Por ejemplo: “¿Cuánto será dos mil más dos mil? ¿Cómo saben qué dos mil más dos mil son cuatro mil? ¿Se animan a inventar otras cuentas así difíciles de números grandes? ¿y un millón más un millón?”. Del mismo modo que para el ejemplo anterior, no se espera la escritura de dichos números. Se apunta a la investigación, explicitación y circulación de regularidades de la serie oral. Los niños pueden resolver estos problemas apoyándose en sus conocimientos intuitivos sobre los nombres de los números: “dos mil y dos mil son cuatro miles”. Es esperable incluso que aparezcan nombres no convencionales que ponen en juego las regularidades e irregularidades de nuestra serie oral: “cuatro cienes” en lugar de “cuatrocientos” o “cinco miles” en lugar de “cinco mil”.

5) Problemas que permiten comparar números de diferente cantidad de cifras a partir de su escritura⁴.

- a) Comparar y ordenar los números de las casas y edificios de la cuadra de la escuela o de direcciones de una misma calle. Este problema puede ser presentado con etiquetas con los números escritos y solicitarles a los niños que los ordenen del mayor al menor. Luego verificar en la calle si están bien ordenados. No se espera que los niños necesariamente puedan leerlos, sino que utilicen estrategias en las que apoyados en la comparación de la cantidad de cifras o de cada una de las cifras puedan anticipar y justificar cuál es mayor. Por ejemplo para 345 y 78 “*el primero es más grande porque es más largo*” y para 345 y 789 “*el segundo es mayor porque empieza con 7*”.
- b) Comparar las escrituras de los números de las últimas páginas en libros “gordos” y libros “finitos”. Anotar el nombre de varios libros y el número de la última página en el pizarrón y luego comparar qué libro tiene la mayor cantidad de páginas mirando las escrituras de los números.
- c) Ordenar por antigüedad una colección de monedas. Este problema exigirá a los niños determinar dónde está registrado el año de emisión y luego ordenarlas de la más vieja a la más nueva. Aunque los niños no conozcan el nombre de todos los números de años de emisión (por ejemplo, 1997-1998-1999-2000-2001) podrán poner en juego criterios para ordenarlos. El trabajo colectivo apuntará a promover la discusión sobre las afirmaciones de los alumnos sean éstas correctas o incorrectas: “*el más grande es el que tiene muchos nueves*”, “*el mayor tiene muchos ceros*”, etc.

⁴ Para profundizar en los conocimientos de los niños en la comparación de los números ver Lerner y Sadovsky (1994).

- d) Ordenar almanaques de los últimos años o del año siguiente. Esta situación también exigirá analizar cuál es el año entre los números que aparecen escritos. Luego, el problema consistirá en establecer criterios para ordenar números de cuatro cifras. Por ejemplo los niños podrán decir: *“Este es igual que el otro pero tiene un nueve, entonces es mayor”*, *“los que empiezan con dos son más nuevos que los que empiezan con uno”*, etc.
- e) Comparar precios de electrodomésticos (\$345, \$1023, \$234, etc.) en folletos de publicidad. Es interesante que aparezcan números de diferente cantidad de cifras. Será necesario analizar cuál es el número que corresponde a la parte del precio en pesos y cuál en centavos.

Para estos problemas no se pretende que los niños puedan “leer” convencionalmente los números involucrados, sino que puedan comparar su tamaño a partir del análisis de su escritura. Si los números tienen diferente cantidad de cifras, muchos niños podrán recurrir a contar la cantidad de cifras. Si los números tienen igual cantidad de cifras, podrán compararlos teniendo en cuenta el lugar en el que se encuentran los números. Para 3452 y 9823, por ejemplo podrán decir que *“el segundo es mayor porque empieza con 9”* o para 3654 y 3986 *“el 3 está en los dos números, entonces me fijo en el que sigue”*. También los niños producirán afirmaciones no válidas o incompletas, por ejemplo: *“si tiene un nueve ya es el mayor”* que será necesario poner a prueba del mismo modo que las correctas.

6) Problemas que permiten investigar cómo se llaman, cómo se escriben y cómo se ordenan los números de diferente cantidad de cifras.

- a) Producir escrituras de números cercanos a partir de números dados. Por ejemplo, a partir del 2000 y el 2001 y dando la información de su nombre y escritura proponer a los niños que escriban qué año será el año siguiente o qué año será cuando ellos estén en los próximos grados (2002; 2003, etc.). Imaginar las carátulas de años siguientes o diseñar la remera de “egresados 2009”. Evidentemente aparecerán escrituras erróneas o no convencionales (por ejemplo 20009)⁵. El trabajo colectivo podrá girar en torno al análisis, comparación y debate sobre las diferentes escrituras. Cuando la discusión no permita arribar a la escritura convencional el docente podrá ofrecerla o mostrar un portador donde buscarla.
- b) Escribir en la calculadora un número “muy grande” aunque no se sepa cómo se llama. Todos los alumnos de una mesa los anotarán y deberán determinar “cuál de los niños del grupo escribió el número mayor”. Dar información de números cercanos a esos números escritos (Por ejemplo: escribir y leer el mil, diez mil, cien mil, etc.)
- c) Escribir el mayor número posible en la calculadora. Posiblemente los niños escriban números utilizando diferentes cifras, otros niños escribirán la unidad seguida de tantos ceros como tenga el visor. Algunos niños considerarán la necesidad de escribir “todo con nueves”. Se apuntará a la comparación de dichas escrituras numéricas y a la reflexión posterior sobre las estrategias y afirmaciones de los alumnos.
- d) Situaciones variadas que exijan la producción de escrituras de números “grandes” y discusión sobre las producciones (sean éstas convencionales o no). Por ejemplo, seguramente aparecerán para “treinta y cuatro” escrituras como 43 - invirtiendo los

⁵ Acerca de las notaciones numéricas ver Lerner (1992) y Lerner - Sadovsky (1994)

números - o como 304 - escribiendo primero 30 y luego agregándole el 4 -, o para “trescientos diez” escrituras como 30010, 3010, etc. Los alumnos deberán discutir cuál de esas escrituras corresponde al número y explicar cómo hacen para darse cuenta. Para hacer avanzar los argumentos el docente puede brindar nueva información. Por ejemplo, en relación con el 310: *“Miren, así se escribe el cien (100), el doscientos (200), el trescientos (300), etc. O “así se escribe el cuatrocientos diez (410), el quinientos diez (510) y el seiscientos diez(610) ¿Les sirve saber esos números para escribir el 310?”*

- e) Dados varios números grandes de los cuales no se conoce necesariamente el nombre, escribir el siguiente y discutir sobre las diferentes escrituras producidas. Por ejemplo: “Este es el dos mil (2000) y este el dos mil uno (2001). Ahora yo escribo el tres mil y ustedes piensen cómo se escribirá el tres mil uno, yo escribo el 4000 y ustedes piensen cómo se escribirá el 4001”. Se tratará de promover una discusión acerca de la escritura de dichos números y que los alumnos expliciten qué regularidades encuentran, qué estrategias utilizan para hacerlos, etc.
- f) Dados algunos números grandes e información acerca de su nombre, discutir el nombre de otros números cercanos o parecidos. Por ejemplo: *“Si este número es el doscientos (mostrando el 200) ¿cuál será este?”* mostrando el 300. *“¿Y este: 400?”* o *“Si este número es mil”*, mostrando el 1000, *“¿cuál será este?”* mostrando el 2000”.

En estos problemas se apunta a la investigación de regularidades de los números. No se espera de ningún modo que todos los niños los escriban correctamente, ni que sepan leerlos convencionalmente u ordenarlos. Se trata de generar condiciones para que los niños tengan oportunidad de investigar ciertas relaciones, explicitarlas y ponerlas a prueba: *“para el más grande conviene poner nueves” “el mío es más grande por que mi calculadora deja escribir mas números”, “le agrego el uno pero le saco un cero”*; etc. El docente promoverá la circulación de dichas ideas. Las mismas podrán ser registradas en carteles o en los cuadernos de tal manera de poder ser consultadas por los niños para nuevos problemas.

7) Problemas que permiten estudiar con mayor sistematicidad un campo numérico:

- a) Utilización de grillas o cuadros de doble entrada que permitan estudiar un conjunto de números, por ejemplo grillas de 1 en 1 de números hasta el 100. Con estas grillas se pueden realizar actividades de completamiento de números ausentes, de encontrar números erróneos, de completar una fila o una columna, juegos de adivinación de un número con respuestas que solo se puedan contestar por sí o por no, loterías o bingos en donde se “cantan” números y hay que ir pintando la grilla, buscar los números con una determinada característica (mayores a 50, que terminan en 4, que son menores que... y mayores que...), etc. En todos los casos se apuntará a que los niños puedan explicitar qué estrategias utilizaron para completar o corregir los números. Dichas estrategias pondrán en juego regularidades de ese conjunto de números ⁶.
- b) Situaciones que exijan determinar cuál es el anterior y el número posterior a un número dado. Se apunta a que los niños puedan apoyarse en las regularidades que están estudiando para producir el número.
- c) Realizar escalas ascendentes y descendentes (de 1 en 1, de 2 en 2, de 5 en 5 y de 10 en 10, de 20 en 20, de 100 en 100). Por ej. : un nene colecciona postales y ya tiene 5.

⁶ Ver actividades propuestas en el Documento 1/99 DGEP. Pcia. De Bs. As. ; Parra y Saiz (1992)

Sus papás le dijeron que pueden juntar 10 nuevas postales por mes. ¿Cuántas tendrá al mes? ¿Y a los dos meses? ¿Y a los ocho meses?.

Todas estas actividades proponen un trabajo global con los números del 1 al 100 desde los primeros días de clase. Hoy sabemos que el estudio de todos estos números simultáneamente favorece el establecimiento de relaciones numéricas y que por el contrario, presentar los números aisladamente y en forma ordenada y acumulativa obstaculiza la investigación sobre las propiedades al ocultar relaciones. En estos problemas se apunta a que los niños estudien y sistematicen la lectura, la escritura y el orden de un determinado campo numérico. Sin embargo, se trata de situaciones para ser planteadas a los niños antes de que dominen estos números. Por ello, para los alumnos constituyen verdaderos problemas que les permiten aprender nuevos conocimientos. Una vez que los niños ya dominan estos números, estas mismas actividades sólo representan para los niños ejercicios de práctica o aplicación.

8) Cálculos que permiten usar las propiedades del sistema de numeración descomponiendo los números aditivamente⁷.

- a) Poder hacer directamente que $60 + 8$ es 68 y que $100 + 40 + 3$ es 143 a partir del “nombre” de los números. Los niños podrán resolver estos cálculos primero en forma oral y luego escrita.
- b) Por ejemplo, para $25 + 25$ poder pensar $10+10+5+10+10+5$, o $20+20+5+5$, o incluso $30 + 30 - 5 - 5$. Luego analizar la equivalencia de las diversas formas de descomponer esos números y del orden para sumarlos. Evidentemente será necesario para ello que los niños dispongan de ciertos resultados tales como sumas de dígitos que dan 10 ($5 + 5$, $6+4$, etc.), sumas de números redondos ($10+10$ o $20+20$ o $10 + 20$, etc.) y de dichos números con otros de un dígito ($30 + 4 = 34$ o $50 + 5 = 55$, etc.)
- c) Hacer redondeos y luego ajustar los números. Por ejemplo para $19 + 19$ poder pensarlo como $20 + 20$ y luego sacarle 2.
- d) En las restas poder descomponer para restar por partes. Por ejemplo para $35 - 13$ analizar que es posible sacar primero 10, obtener 25 y luego sacarle 3 o restar primero 3 y luego 10.

Si bien el objeto de este documento no es la diversidad de estrategias de cálculo (para las cuales se pueden consultar los Documentos DGEP1/99; 2/01 y 4/01) incluimos aquí el abordaje de algunos ejemplos en los que puede verse cómo las estrategias de cálculo mental se apoyan en propiedades de los números y de las operaciones. En los mismos se muestran diversas estrategias de cálculo mental que pueden ser abordadas en las aulas. Se apunta a que los niños puedan adquirir una variedad de estrategias de cálculo mental y que se apoyen en descomposiciones ya conocidas o en resultados de cálculos más fáciles para poder obtener resultados desconocidos. Será interesante promover la comparación de las estrategias y el análisis acerca de la equivalencia de resultados obtenidos.

9) Problemas que permiten un inicio en el análisis del valor posicional.

- a) Escribir en la calculadora el número 34 y pensar cuentas para que cambie “el de adelante”, cuentas para que cambie “el de atrás”. Anotarlas en el cuaderno y luego

⁷ Sobre la enseñanza del cálculo mental consultar Parra (1994)

comprobar los resultados con la calculadora. Analizar que para que “cambie” el 4 hay que sumar o restar 1, 2, 3, etc. y que para que “cambie” el 3 hay que sumar o restar 10,20,30, etc. Explicitar los criterios que utilizan los alumnos para darse cuenta de cuánto hay que sumar o restar ⁸.

- b) Se arrojan dos dados de diferentes colores (rojo y blanco). Cada puntito del dado rojo vale 10, y cada puntito del dado blanco vale 1. Se juega por parejas y gana el que obtiene el número mayor. Cada alumno, en su turno, tira ambos dados y deben anotar los puntos obtenidos. También se puede complejizar proponiendo acumular puntajes en dos o tres vueltas y comparar las distintas estrategias usadas por los alumnos para calcular los resultados. Se puede confeccionar un cuadro en el que se indique cuántos puntos de a 10, cuántos de a 1 y el total obtenido. Se promoverá la reflexión acerca de la relación entre la escritura del número total y cada uno de los números obtenidos en cada dado.
- c) Realizar series de cálculos en los que hay que agregar 10, 20, 30, etc. A cada elemento de una lista dada se le realiza un aumento. Por ejemplo, una fábrica que aumenta cada hora en 10 su stock, o un aumento de 10 alumnos por escuela en el próximo mes, etc. Los alumnos deben completar las nuevas listas con los números. Luego se comparan los resultados obtenidos y se analizan los procedimientos utilizados⁹.

En estos problemas se intenta que los niños reflexionen acerca de las regularidades que encuentran en los números. Se trata de situaciones a partir de las cuales será posible instalar conclusiones acerca del valor de los números según la posición que ocupan.

Los problemas en las aulas de primer año

Adivinar el número

En un primer año, con el fin de estudiar los números del 1 al 100 las docentes proponen a sus alumnos un juego de adivinación. Eligen un número, los niños deben hacer preguntas que puedan ser contestadas por “sí” o por “no” y luego de una cierta cantidad de respuestas dadas los niños arriesgan qué número es. Para las primeras etapas del juego tenían disponible individualmente una grilla de 10 x 10 con los números ya escritos en forma ordenada con el fin de facilitar la producción de preguntas y la toma en cuenta de respuestas ya dadas. Veamos algunos diálogos:

Ma: Chicos, yo pensé un número, ustedes tienen que hacer las preguntas para adivinar cuál es. Yo solamente podré decir “sí” o “no”. Les doy una pista. Tiene dos cifras.

Al: Sacamos entonces todos los de la primera fila (del 1 al 9) porque tienen uno solo.

Al: ¿Esos dos números son iguales?

Ma: No

Al: Entonces podemos sacar el 11, el 22, el 33, el 44, el 55, el 66, el 77, el 88 y el 99.

Los niños van haciendo diferentes preguntas y comentando entre ellos cuáles números pueden descartar. Algunos chicos marcan o pintan los casilleros que descartan y otros los suelen tapar con reglas o cuadernos. Entre las preguntas realizadas encontramos:

⁸ Este problema ha sido tomado de Lerner, Sadovsky (1994)

⁹ Un análisis de este tipo de problemas puede consultarse en Ponce y Tasca (2001)

“¿Es mayor que 60?”. “¿Podemos sacar la fila del 90?”. También suelen aparecer: “¿tiene cero?”, “¿empieza con 7?”, “¿termina con 4?”, “¿es el que viene antes de 45?”, “¿es el que viene después de 32?”, “¿es el número de chicos que somos en el grado?”

En algunos grupos, los docentes han propuesto analizar colectivamente cuáles son “buenas preguntas” para empezar a jugar porque permiten descartar muchos números (“¿es menor que 40?”) y compararlas con otras que no sirven tanto al principio del juego, aunque sí ya más avanzado (“¿está entre 24 y 26?”). Luego se propuso registrar en un cartel las preguntas de tal manera que puedan ser reutilizadas en siguientes jugadas. Quedan anotados “ejemplos de preguntas posibles”. Por ejemplo: “¿es mayor que 50?”, “¿es menor que 20?”, “¿está entre 30 y 50?”, “¿termina con 8?”, “¿está entre 25 y 27?”, etc.

Para que este juego se constituya en oportunidad de aprendizajes para todos los alumnos será necesario jugar varias veces de tal modo que las conclusiones obtenidas en un momento de juego puedan ser reutilizadas por los alumnos en nuevas oportunidades.

Investigar cómo se llaman, cómo se escriben y cómo se comparan números de diferente cantidad de cifras.

En un primer año les proponen a los alumnos comparar números. Los chicos estaban contando sus “colecciones” de objetos. Unos chicos contaron sus objetos hasta “dieciocho” y buscaron en la grilla de números colgada en el aula cómo se escribía ese número. Otros chicos estaban haciendo lo mismo con el “treinta y seis”. Una vez escritos ambos en el pizarrón la docente les pregunta quién tiene más. Los de dieciocho dicen que ellos tienen más y se produce el siguiente diálogo:

Al: Es más treinta y seis

Ma: ¿Por qué?

Al: Porque tiene tres (el 3 de 36) y el otro tiene uno (el 1 de 18)

Ma: Sí, pero el dieciocho tiene un ocho!

Al: Pero adelante tiene uno y el otro tiene 3

Esta afirmación del alumno es retomada para ser discutida por toda la clase: *¿tiene más el que tiene el número mayor (el 8 de 18) o tiene más el que tiene el número mayor al principio? ¿y si tiene más cifras?* En este problema un objetivo es que los alumnos determinen cuál es mayor - cuestión que podría dirimirse mirando los números en un metro de costurera o carpintero, o contando en voz alta - y el otro objetivo es que los niños expliciten y pongan a prueba criterios para comparar números escritos, aún cuando no conozcan sus nombres.

En otro primer año, las docentes les proponen a los niños que escriban un número “grande”. Luego de que los niños escriben números diferentes (660, 12, 5, 6, 900, etc.) sus docentes le proponen dos desafíos. En primer lugar averiguar cómo creen que se llaman esos números. En el transcurso de esta situación se produce el siguiente diálogo:

Ma: ¿Sabés cómo se llama este número (mostrando el 660)?

Alumno: Sí, es el seiscientos sesenta

Ma: ¿Cómo llegaste a saber qué es el seiscientos sesenta?

Al: Primero tengo que contar y después tengo que juntar.

Ma: ¿Qué tenés que contar y qué tenés que juntar?

Al: Empiezo de cien, doscientos, trescientos, cuatrocientos, quinientos y llego a éste (mostrando el 600) y después le junto el sesenta, se forma seiscientos sesenta.

Este alumno, quien a diferencia de sus compañeros sabe el nombre de ese número, nos muestra su estrategia para interpretar un número desconocido. Para esta clase es central el debate acerca de “cómo hacer para saber” cuál es el número. Esta estrategia de un alumno puede ser sometida a debate, probada para otros números de dos y tres cifras y también puede ser comparada con otras estrategias utilizadas por otros alumnos. Evidentemente es muy importante para su apropiación que los alumnos dispongan de carteles con información sobre los números “redondos” (10, 20, 30, etc. O 100, 200, 300, etc.) incluso de números mucho mayores que aquellos que se espera que los niños dominen en ese grado.

Es habitual, que frente a un número como el mencionado, ningún niño conozca su nombre convencional. Entonces es interesante “ofrecerles” a los niños información sobre cómo se llaman otros números cercanos. Por ejemplo, escribir estos números y decirles su nombre: 630, 640 y 650... o bien 661, 662 y 663. Algunos niños, apoyándose en esta información provista por el docente y en las regularidades que empiezan a descubrir sobre la escritura de los números, podrán reconstruir el nombre del mismo. Y si aún no lo logran, están aprendiendo también una estrategia: “saber algunos números sirve para averiguar el nombre de otros”.

El otro problema propuesto por las docentes fue comparar el tamaño de los números escritos por los niños. Se produce allí el siguiente diálogo:

Ma: ¿Cuál de estos números es más grande?

Al: Este (mostrando el 660)

Ma: ¿Por qué?

Al: Porque tiene tres.

Ma: ¿Dónde tiene tres este número?

Al: Tiene tres: uno, dos, tres (contando la cantidad de cifras)

Las docentes realizan una serie de intervenciones que apuntan a que los alumnos expliciten dicha propiedad: “los números de más cifras son más grandes”. Luego se somete a debate si esta afirmación es correcta, y finalmente se revisa poniendo en juego los límites de la estrategia al proponer comparar números de igual cantidad de cifras:

Ma: Y entre este número (660) y este número (900), ¿cuál es mayor?

Al: Es más grande éste (el 900) porque tiene el 9 y es más grande que el 6.

Esta respuesta del alumno es una buena ocasión para discutir si “siempre un número que tiene un nueve es mayor que un número que tiene un seis”. Evidentemente la respuesta del alumno (que el 900 es mayor que el 660) es totalmente correcta. Sin embargo su justificación no es suficiente y puede ser reformulada. El docente podrá preguntarle a sus alumnos: “¿ustedes están de acuerdo con que éste es más grande porque tiene un nueve?” “¿siempre los números con nueve son más grandes que los que tienen seis?”. Si los alumnos continúan aceptando esta justificación se podrá entonces proponer comparar estos dos números escritos: 666 y 99 “¿Cuál es mayor ahora de estos dos? ¿Los de nueves son mayores? ¿Por qué?” Se apunta a que los niños puedan combinar el criterio de los números mayores con la cantidad de cifras. Otra intervención que también apunta a que los niños puedan poner en juego diferentes criterios para comparar números y avancen en su formulación, es preguntarles cuál de estos dos es el mayor: 159 y 846. Por ejemplo: “Ustedes dijeron que los que tienen 9 son más grandes. ¿Y entre estos dos números cuál piensan que es el mayor?” Si los alumnos eligen el

segundo el maestro podrá mostrarles la contradicción a los niños: *“Pero ustedes me dijeron que con nueves era más grande. Este tiene un nueve y ustedes ahora no dicen que es el mayor. ¿Qué pasó?”*

Esta intervención apunta a que los niños puedan superar aquellas primeras justificaciones y elaborar criterios en los que se combine la cantidad de cifras, con la posición de las cifras: *“aquí es suficiente con comparar los primeros números”* o *“si tiene igual de cifras vas mirando los primeros números para saber cuál es el mayor de los dos”*.

Luego comparan dos números de tres cifras; 345 y 478. Frente a ellos algunos chicos dicen que el segundo es mayor porque *“empieza con cuatro”*. Nuevamente será necesaria una intervención que promueva llegar a la conclusión *“si tienen igual cantidad de cifras podemos fijarnos con qué número empieza”*.

Cálculos que ponen en juego propiedades del sistema de numeración

En primer año los niños pueden realizar cálculos “horizontales” que ponen en juego las descomposiciones aditivas de los números, es decir el 56 pensado como un 50 con un 6, o como un $10+10+10+10+10+6$, en lugar de enfatizar las descomposiciones multiplicativas (5 decenas y 6 unidades). Los docentes promueven la utilización de resultados conocidos para resolver cálculos desconocidos apoyándose en los conocimientos sobre el sistema de numeración.

Por ejemplo, en un primer año se les plantea a los niños:

- *“Como ya sabés que $20 + 20$ es 40, ahora resolvé los siguientes cálculos: $20+21$; $21 + 21$ $22 + 24$.”*
- *“Si ya sabés que $100 + 100$ es 200, ¿cuánto será $101 + 110$?”*
- *“Como ya sabemos que $20 + 20 = 40$ pensemos cómo hacer $19 + 20$ “*
- *“Como ya sabemos que $20 + 50 = 70$ pensemos cómo hacer $19 + 49$ “, etc.*

Veamos algunos cálculos mentales. Para los mismos los alumnos utilizan diferentes descomposiciones y escrituras. Son ellos quienes ejercen el de los “pasos intermedios”. Dichos pasos se apoyan en propiedades del sistema de numeración. Si bien los algoritmos convencionales también se apoyan sobre las propiedades del sistema de numeración, no son evidentes para los niños. En estos cálculos y en estas escrituras hay más transparencia para ellos.

$15+16=31$ PORQUE $15+15$ ES $30+1=31$

The image shows several handwritten mathematical representations:

- Three diagrams for $15+16=31$:
 - Diagram 1: A tree structure where 15 is split into 10 and 5, and 16 is split into 10 and 6. Lines connect 10 to 10 and 5 to 6, with a bracket under 20. The result 31 is written above.
 - Diagram 2: A tree structure where 15 is split into 10 and 5, and 16 is split into 10 and 6. Lines connect 10 to 10 and 5 to 6. The result 31 is written above.
 - Diagram 3: A tree structure where 15 is split into 10 and 5, and 16 is split into 10 and 6. Lines connect 10 to 10 and 5 to 6. The result 31 is written above.
- Two diagrams for $75+34=109$:
 - Diagram 4: A tree structure where 75 is split into 70 and 5, and 34 is split into 30 and 4. Lines connect 70 to 70 and 5 to 4, with a bracket under 10. The result 109 is written above.
 - Diagram 5: A tree structure where 75 is split into 70 and 5, and 34 is split into 30 and 4. Lines connect 70 to 70 and 5 to 4. The result 109 is written above.

1) Problemas de investigación de regularidades de la serie numérica oral y escrita al leer, escribir y ordenar números sin límite en el tamaño.

- a) Situaciones de recitado a partir de cualquier número y posterior reflexión acerca de las regularidades utilizadas. Por ejemplo: contar a partir de 100, de 2500, de 10.000, de 1430, etc. (Se trata de números mucho mayores a aquellos que los niños han estudiados con sistematicidad). Se les solicita a los alumnos que expliciten “cómo hacen para saber cuál número sigue”. Luego el docente propone a los alumnos que jueguen en parejas: un niño dice un número cualquiera (“muy grande”) y su compañero debe decir el siguiente: “un millón, un millón uno” ; “cuatro mil trescientos dos, cuatro mil trescientos tres”, etc. No necesariamente en esta actividad se espera la escritura de dichos números o una comprensión acabada acerca de la cardinalidad del mismo. Se apunta a la investigación y explicitación de las regularidades de la serie oral.
- b) Situaciones orales que exijan contar de 10 en 10, de 100 en 100, etc. Y también que involucren números mucho mayores para los cuales los niños se apoyarán en las regularidades de la serie oral tales como contar de 1000 en 1000, o sumar de 1.000.000 en 1.000.000, etc.
- c) Problemas que exijan hacer sumas - en forma oral - de números “redondos” sin límite en el tamaño de los números. Posterior reflexión acerca de las estrategias utilizadas para averiguar el resultado. Por ejemplo: *“¿Cuánto será dos mil más dos mil? ¿Cómo saben que dos mil más dos mil son cuatro mil? ¿Se animan a inventar otras cuentas así difíciles de números grandes? ¿y un millón más un millón?” ¿y cuatro millones más dos millones?”*. Los niños pueden resolver estos problemas apoyándose en sus
- d) conocimientos intuitivos sobre los nombres de los números. Del mismo modo que para el ejemplo anterior, no se espera la escritura de dichos números, sino la investigación, explicitación y circulación de regularidades de la serie oral.
- e) Comparar y ordenar números de diferente cantidad de cifras (cantidad de habitantes de varios pueblos, cantidad de alumnos de diversas escuelas, precios de electrodomésticos, etc.) No necesariamente se espera que los niños puedan leerlos convencionalmente, sino que utilicen estrategias a partir de las cuales puedan anticipar y justificar cuál es mayor (para 23.345 y 4.578 decir que el primero es más grande porque es más largo o porque tiene más números antes del punto, etc.).
- f) Investigar cuál es el número mayor que se puede armar con cierta cantidad de números. Por ejemplo “escribir el número más grande posible de tres cifras”, o “escribir el número más grande de siete cifras”. No se espera tampoco aquí un dominio por parte de los niños del nombre de dichos números. Se intentará promover un debate acerca de cuál es el mayor entre los producidos por los niños y de enunciar una forma que permita siempre escribir el mayor: *“para escribir el número más grande conviene llenarlo todo con nueves”*.
- g) Producir escrituras de números cercanos a partir de números dados. Por ejemplo, a partir del 2000 mil y el 2001 proponer a los niños que escriban los años siguientes. Evidentemente aparecerán escrituras erróneas o no convencionales (por ejemplo 20009). El trabajo colectivo podrá girar en torno al análisis, comparación y debate sobre

las diferentes escrituras. Cuando la discusión no permita arribar a la escritura convencional el docente podrá ofrecerla o mostrar un portador donde buscarla.

- h) Escribir el mayor número posible en la calculadora. Posiblemente los niños escriban números utilizando diferentes cifras, otros niños escribirán la unidad seguida de tantos ceros como tenga el visor. Y algunos niños considerarán la necesidad de escribir “todo con nueves”. Se apuntará a la comparación de dichas escrituras numéricas y a la reflexión luego de la comparación de dichos números.
- i) Situaciones variadas que exijan la producción de escrituras de números “grandes” y discusión sobre las producciones diversas (sean éstas convencionales o no). Por ejemplo escribir el ochocientos setenta o el dos mil cinco. Seguramente aparecerán escrituras como 80070 o como 20005. Los alumnos deberán discutir cuál corresponde al número y explicar cómo hacen para darse cuenta. Para hacer avanzar los argumentos el docente puede brindar nueva información. Por ejemplo, *“Voy a darles una ayuda. Así se escribe el ochocientos cincuenta (mostrando 850) ¿Les sirve saber esos números para escribir el ochocientos setenta?”* O dados varios números escribir el siguiente y discutir sobre las diferentes escrituras producidas. Por ejemplo: *“Este es el cuatro mil (4000). Piensen cómo se escribirá el cuatro mil veinte”*.

Para estos problemas no se espera necesariamente que todos los niños los escriban correctamente, ni que sepan leerlos convencionalmente u ordenarlos. Se trata de generar condiciones para que los niños tengan oportunidad de investigar ciertas relaciones, explicitarlas y ponerlas a prueba. El docente promoverá el debate y la circulación de las afirmaciones de los alumnos. Algunas ideas podrán ser registradas en carteles o en los cuadernos de tal manera de poder ser consultadas por los niños para nuevos problemas de numeración.

2) Problemas que permiten el conocimiento del sistema monetario vigente.

- a) Conocer qué billetes y monedas existen, ordenarlos por su valor. Resolver situaciones que exijan conocer las equivalencias entre los mismos y entre pesos y centavos.
- b) Interpretar en listas de precios qué parte del número corresponde a pesos y qué parte a centavos. Comparar diferentes formas en las que aparecen escritos en las publicidades los números correspondientes a pesos y los correspondientes a centavos (\$ 2, 50 ; 2 pesos y 50 centavos; \$ 2 ⁵⁰ ; \$ 2 ₅₀; etc.
- c) Analizar qué otras informaciones numéricas hay en billetes y monedas (año de emisión, serie, etc.) además de su valor.
- d) Realizar cálculos mentales (escritos u orales) que involucren sumar billetes y monedas de diferentes magnitudes.
- e) Estimar qué podría comprarse con una determinada cantidad de dinero o dada una cantidad de monedas o billetes.
- f) Resolver problemas que exijan realizar cálculos estimativos para determinar la suficiencia o insuficiencia de determinada cantidad de dinero para comprar una lista de productos según precios dados.
- g) Resolver problemas que involucren realizar equivalencias, analizar con qué billetes o monedas se puede pagar una cantidad de artículos, determinar los vueltos y con cuáles billetes y monedas se podría recibir.

El objetivo de este tipo de problemas es que los alumnos puedan apoyarse en sus conocimientos sobre el dinero como punto de partida para leer, escribir y ordenar números de diversos tamaños y para realizar cálculos mentales con números “redondos” (10, 100, 100, etc.) incluyendo cálculos estimativos. El contexto del dinero facilita a los alumnos una mayor anticipación de los resultados posibles y por lo tanto un mayor control de las acciones que realizan.

3) Problemas que permiten estudiar con mayor sistematicidad un campo numérico.

- a) Utilización de grillas o cuadros de doble entrada que permitan estudiar un conjunto de números. Grillas de 1 en 1 de números hasta el 100 o desde el 200 al 300, desde el 400 al 500. También grillas de 10 en 10 de los números hasta el 1000. Con las mismas se pueden realizar variados problemas: completamiento de números ausentes, encontrar números erróneos, completar una fila o una columna, juegos de adivinación de un número con respuestas que solo se puedan contestar por sí o por no, loterías o bingos en donde se “cantan” números y hay que ir pintando la grilla, buscar los números con una determinada característica (mayores a 50, que terminan en 40, que son menores que... y mayores que...), etc.
- b) Situaciones que exijan determinar cuál es el anterior y el posterior a un número dado u ordenar números de mayor a menor. Este tipo de ejercicios suelen plantearse para evaluar los conocimientos de los alumnos. Aquí las planteamos como situaciones que permitan aprender. Para ello será necesario promover la justificación por parte de los alumnos sobre los criterios utilizados para determinar cuál es el siguiente, el anterior o cuál es el mayor. Se apunta entonces a la explicitación y la circulación de los conocimientos.
- c) Problemas que exijan realizar escalas ascendentes y descendentes (de 10 en 10, de 20 en 20, de 50 en 50 y de 100 en 100, de 200 en 200, de 1000 en 1000). Por ej. : *“Tengo 135 estampillas y me propongo juntar 100 por año. ¿Cuántas estampillas tendré en cada uno de los próximos 10 años?”*

En estos problemas se apunta a que los niños a partir de la investigación y la exploración puedan adquirir el dominio de la lectura, la escritura y el orden de un determinado campo numérico. Se propone trabajar simultáneamente con un conjunto amplio de números (por ejemplo 1000 números) en lugar de parcializarlos para su estudio (primero del 100 al 200, luego del 200 al 300, etc.). El trabajo simultáneo favorecerá la comparación de números y la elaboración de conclusiones generalizables a otros.

4) Cálculos mentales que se apoyan en las propiedades del sistema de numeración.

- a) Resolución de cálculos y comparación de diferentes descomposiciones. Por ejemplo $120 + 120$ poder pensarlo como $100 + 100 + 20 + 20$ o como $120 + 100 + 20$.
- b) Resolución de cálculos en los que una estrategia posible es “redondear” y luego controlar la diferencia considerada. Por ejemplo para $190 + 190$ hacer $200 + 200$ y luego restarle 20.
- c) Cálculos de dobles y mitades por medio de descomposiciones diversas. Por ejemplo, el doble de 550 poder pensarlo como 1000 (el doble de 500) $+100$ (el doble de 50) y la mitad de 420 poder pensarla como la mitad de 400 y la mitad de 20.

- d) Resolución de cálculos de números redondos analizando las relaciones con la serie oral. Por ejemplo para $100 + 40 + 3$ poder pensar como ciento ...cuarenta ...y tres directamente sin hacer cálculos escritos.
- e) Cálculos estimativos por medio de redondeo. Por ejemplo determinar si los resultados de estas sumas son mayores o menores a 500: $234 + 54$; $456 + 789$; $223 + 99$

Se apuntará a que los niños sin realizar las cuentas puedan estimar y justificar. Por ejemplo: *“doscientos y pico más cincuenta y algo no puede dar más de trescientos y algo o cuatrocientos”, “cuatrocientos y algo y setecientos y algo se pasa seguro de quinientos”, etc.*

Para estos cálculos se espera generar un espacio de comparación de estrategias de modo que los alumnos se apropien de otras nuevas y puedan progresivamente tomar decisiones acerca de las más convenientes según los números involucrados.

5) Problemas que permiten avanzar en el análisis del valor posicional.

- a) Formar una cantidad determinada de dinero con billetes de \$100; \$10 y monedas de \$1. Luego de la resolución del problema por procedimientos variados (contar en voz alta de 100 en 100, de 10 en 10, sumar, dibujar billetes, etc.) , reflexionar acerca de la información contenida en la escritura del número (para pagar \$ 123 preciso uno de cien, dos de diez y tres de uno).
- b) Hacer transformaciones de números escritos en la calculadora que exijan determinar el valor según la posición. Por ejemplo, dado en el visor de la calculadora el número 132 pensar – y escribir en la hoja – qué calculo único puede realizarse para que aparezca el número 102. Se apunta a que los niños empiecen a reconocer que para “sacar” el 3 tengo que restar 30. Luego se plantearan con otros números: *“¿Y para pasar de 234 a 204?”*, etc.
- c) Hacer cálculos en la calculadora bajo ciertas restricciones que exijan descomponer los números. Por ejemplo: “Hacer sumas para que aparezca en el visor de la calculadora el número 345 usando únicamente las teclas 1, 0 y el signo +. Se apunta a que los niños reconozcan que el número “informa” cuántos cientos, cuántos dieces, cuantos unos. Por ejemplo, para 345 : $100+100+100 + 10+10+10+10 +1+1+1+1+1$.
- d) Problemas que exijan sumar números formados por la unidad seguida de ceros. Por ejemplo: se colocan cuatro latitas y hay que tirar bollitos de papel en las latas. Las mismas tienen puntaje. Se tiran 5 bollitos. Embocar en una de ellas vale 1, en la otra 10, en la tercera 100. Se anotan los puntos parciales obtenidos y finalmente los niños deben determinar quién gana al cabo de tres vueltas. Analizar luego del juego cómo calcular el puntaje sabiendo la cantidad de bolitas (por ejemplo: 3 de 100, 1 de 10 y 1 de 1= 311). Proponer posteriormente problemas que simulen el juego.
- e) Realizar cuadros de doble entrada en los que haya que hacer sumas o restas de 10 en 10 o de 100 en 100, de 200 en 200, etc. Por ejemplo a partir de una lista con la cantidad de niños que vive en ciertos pueblos calcular cuántas personas habría en los próximos años si cada año nacen 100 niños. Armar la nueva lista. Comparar resultados y procedimientos utilizados.

- f) Problemas que permitan analizar la información contenida en la escritura del número. Por ejemplo: “¿Cuántas bolsas de 10 caramelos puedo llenar con 245 caramelos?”. Analizar posteriormente a las diversas estrategias de resolución cómo es posible interpretar esta información a partir de la escritura del número.

En estos problemas se apunta a que los niños inventen y se apropien de procedimientos variados (dibujos, conteo, sumas, etc.) y luego de obtener el resultado analicen qué nuevas estrategias de mayor economía pueden empezar a utilizar en problemas similares.

Los problemas en las aulas de segundo año

Escribir números en la calculadora y compararlos

En un segundo año les proponen a los niños un problema: escribir el número más grande posible en el visor de la calculadora. Los niños escriben: 90000500, 88000000, 199876999, 99000000, etc. En el primer intento ningún niño escribe 99999999. La docente plantea cuál es el mayor de esos números. Evidentemente los niños de segundo no conocían el nombre de los mismos, pero sí utilizaban criterios para compararlos. Para determinar cuál es mayor y cuál menor se ponen en juego y explicitan algunos criterios: “si empieza con nueve es más grande”, “los que después del primer nueve tienen otro nueve son más grandes”. A partir de dicha reflexión las docentes replantean el problema a sus alumnos: “Ahora ya sabemos que los que empiezan con dos nueves son más grandes. Entonces volvemos a intentarlo” Algunos alumnos escriben números mayores que el anterior, y un alumno escribe 99999999. La nueva instancia de comparación de los números permitirá seguir profundizando en los criterios para hacer el número más grande posible con las cifras que tiene el visor de la calculadora. Veamos la producción de dos niños:

CUAL ES EL NUMERO MÁS GRANDE QUE
PUEDO ESCRIBIR CON LA CALCULADORA?

900 00 500 = 88 000 000

SABEMOS QUE LOS NUMEROS QUE COMIENZAN CON 99 SON
MAS GRANDES. ENTONCES VUELVO A INTENTARLO 999 00005

¿cual es el número más grande que puedo escribir con la
calculadora 99000000

Sabemos que los números que comienzan con 99
son los mas grandes, entonces vuelvo a intentarlo

99999999

En otros grupos este problema permite también abordar la cuestión de la cantidad de cifras del visor. Los niños llegan a una conclusión “*hay calculadoras con las que podés escribir un número más grande porque entran más números*”.

Debatir sobre cómo se escribe un número

En un segundo año la docente propone una situación en la que los alumnos tienen que escribir el número “mil trescientos cuarenta y siete”. Un niño propone escribirlo 1347 y la docente propone al grupo discutir si esa escritura corresponde o no a dicho número.

Al: Para mí no se escribe así.

Ma: A ver Micaela. ¿Por qué decís que está mal? Pasá y escribí cómo es para vos.

Micaela pasa y escribe 1000347 (utiliza la descomposición en mil –1000- y luego 347).

La docente, frente a esta escritura no convencional realiza una intervención dirigida a encuadrar ese número entre el mil y el dos mil y provocar el análisis de la cantidad de cifras.

Ma: ¿El mil trescientos cuarenta y siete es mayor o menor que el mil?

Al: Es más grande que el mil

Ma: ¿Y que el dos mil?

Al: El dos mil es más grande.

La docente propone escribir el mil y el dos mil.

Al: Este (el 1000347) es más grande que el dos mil porque tiene siete números y el otro cuatro números.

Al: Pero es más grande el dos mil

Las intervenciones de la docente permiten revisar la escritura de Micaela, aunque es evidente que no podrá aún apropiarse de la totalidad de las razones. Dicha escritura tiene “partes correctas” (reflejan el 1000 y el 347) sin embargo aún no es convencional. La comparación con el 1000 y el 2000 tiene la intención de poner en duda la validez de dicha escritura haciendo jugar la idea de “que no puede tener más cifras y ser más chico”. Sin embargo, por ahora, para Micaela muchos números seguirán siendo escritos apoyándose en las descomposiciones aditivas realizadas a partir del nombre del número. Serán necesarios varios problemas y debates para que las escrituras convencionales reemplacen a las no convencionales.

La calculadora como recurso para el análisis del valor posicional.

Un problema planteado a los niños de segundo año con la calculadora fue la transformación de una de las cifras de un número dado.

Handwritten text in Spanish: "En la pantalla de la calculadora esta 154 ¿que cuenta tengo que hacer para que aparezca el número 104?"

¿Cuáles fueron las estrategias utilizadas? Algunos niños restan ambos números y llegan a que la diferencia entre ambos es 50. Encuentran la solución al problema por medio del cálculo, pero esto no significa que hayan podido analizar que ese 5 significaba 50 dada su posición.

$$154 - 104 = 50$$

$$154 - 50 = 104$$

Otros niños restan 5. Es como si pensarán "Si hay un cinco y hay que sacarlo, pues lo resto y listo". Evidentemente no llegan al resultado esperado y continúan analizando por qué restar 5 no les permitió obtener el número buscado. Algunos niños, a partir de dicho error, analizan el valor de ese 5.

$$154 - 5 = 149$$

$$154 - 50 = 104$$

fue buscando

$$154 - 10 = 144$$

$$154 - 54 = 100$$

La riqueza de esta situación reside en la fase colectiva en la que se comunican y analizan todas las estrategias y los errores. La conclusión obtenida: "hay que sacarle el 5, pero ese 5 vale 50" deberá ser reutilizada en nuevos problemas. Sin embargo, no es evidente aún para todos los niños. Veamos el problema y dos respuestas bien diferentes:

¿Cuál es el único cálculo que puedes hacer para pasar del 283 al 203?

$$283 - 8 = 275$$

$$283 - 80 = 203$$

En otro grado se les propone a los niños explorar cómo sacar números en diferentes posiciones.

TENGO EL 245. Y QUIERO TENER EL 45.
¿QUÉ HAGO?

LE SACO 200

TENGO EL 3496. Y QUIERO TENER EL 496.
¿QUÉ HAGO?

SACO 3000

TENGO EL 3475. Y QUIERO TENER EL 3075.
¿QUÉ HAGO?

SACO 400

1) Problemas que involucren la investigación de las regularidades de la serie numérica oral y escrita al leer, escribir y ordenar números sin límite en el tamaño.

- a) Situaciones orales que exijan contar de 1000 en 1000, de 10.000 en 10.000, de 1000000 en 1000000, etc. a partir de números dados.
- b) Problemas que exijan hacer cálculos orales y escritos de números “redondos” sin límite en el tamaño. Posterior reflexión acerca de las estrategias utilizadas para averiguar el resultado. Por ejemplo: $30.000 + 30.000$ o $1.000.000 + 2.000.000$. Discutir el nombre de los números, los resultados y la escritura de los mismos.
- c) Producir escrituras de números cercanos a partir de números dados. Por ejemplo, a partir del veinte mil - informando su nombre y su escritura - discutir cómo se escribirá el veinte mil doscientos o a partir del un millón - informando su nombre y escritura - pensar cómo se escribirá un millón cuarenta y dos. Evidentemente aparecerán escrituras erróneas o no convencionales. El trabajo colectivo podrá girar en torno al análisis, comparación y debate sobre las diferentes escrituras. Cuando la discusión no permita abordar a la escritura convencional el docente podrá ofrecerla.

Para estos problemas no se espera necesariamente que todos los niños los escriban correctamente, ni que sepan leerlos convencionalmente u ordenarlos. Se trata de generar condiciones para que los niños tengan oportunidad de investigar ciertas relaciones, explicitarlas y ponerlas a prueba y que adquieran información sobre números redondos mucho mayores a aquellos de los cuales se espera el dominio. El docente promoverá el debate y la circulación de

las afirmaciones de los alumnos. Algunas informaciones podrán ser registradas en carteles o en los cuadernos (por ejemplo, los nombres y las escrituras de mil, diez mil, cien mil, un millón, etc.) de tal manera de poder ser consultadas por los niños para nuevos problemas.

2) Problemas que permiten estudiar con mayor sistematicidad un campo numérico.

- a) Utilización de grillas o cuadros de doble entrada que permitan estudiar un conjunto de números. Grillas de 1 en 1 de números entre el 1100 y 1200, o entre 7800 y 7900, grillas de 10 en 10 desde el 1000 al 2000 o desde el 9000 hasta el 10000. Con las mismas se pueden realizar actividades diversas: completamiento de números ausentes, encontrar números erróneos, completar una fila o una columna vacía, juegos de adivinación de un número con respuestas que solo se puedan contestar por sí o por no, loterías o bingos en donde se “cantan” números y hay que ir pintando la grilla, buscar los números con una determinada característica (mayores a 50, que terminan en 40, que son menores que... y mayores que...), etc.
- b) Juegos de adivinación de un número enmarcado entre dos números dados. Por ejemplo el docente piensa un número menor a 10.000. Los niños pueden realizar preguntas y registrar las respuestas. Puede proponerse la recta numérica como medio para representar las “zonas” de números que se van descartando.
- c) Problemas que exijan realizar escalas ascendentes y descendentes (de 1000 en 1000, de 2000 en 2000, de 250 en 250 . Por ej. : *“En un pueblo hay 7000 habitantes. Si todos*

los años la población aumenta en 250 personas, calcular cuántas personas habrá en los próximos diez años.”

A partir de estos y otros problemas se apunta a que los niños puedan adquirir el dominio de la lectura, la escritura y el orden de un determinado campo numérico. Se propone trabajar simultáneamente con un conjunto amplio de números (por ejemplo 10.000 números) en lugar de parcializarlos para su estudio (primero del 1000 al 2000, luego del 2000 al 3000, etc.) ya que así se favorecerá la comparación y elaboración de conclusiones generalizables a otros números.

3) Cálculos que permiten usar las propiedades del sistema de numeración.

- a) Resolución de cálculos y comparación de diferentes descomposiciones. Por ejemplo $4120 + 2180$ poder pensarlo como $4000 + 2000 + 100 + 100 + 80 + 20$.
- d) Resolución de cálculos en los que una estrategia posible es “redondear” y luego controlar la diferencia considerada. Por ejemplo para $4900 + 2900$ hacer $5000 + 3000$ y luego restarle 200.
- e) Cálculos de dobles y mitades por medio de descomposiciones diversas. Por ejemplo el doble de 4250 poder pensarlo como 8000 (del doble de 4000) $+500$ (del doble de 250) y la mitad de 4250 poder pensarla como la mitad de 4000 y la mitad de 250.
- f) Cálculos estimativos por medio de redondeo. Por ejemplo determinar sin hacer los cálculos si los resultados de estas sumas son mayores o menores a 5000: $2340 + 540$; $4056 + 789$. Se apuntará a que los niños puedan estimar y justificar. Por ejemplo: *“dos mil y pico más quinientos y algo no puede dar más de tres mil o cuatro mil”, “cuatro mil y setecientos da menos de cinco mil”, etc.*
- g) Multiplicaciones de cualquier número por 10, por 20, por 30, etc. por 100, por 200, por 300, etc. por 1000, por 2000, etc. Análisis y justificación de resultados.
- h) Cálculos mentales de divisiones de números redondos. Por ejemplo: $4400 : 2$, $4400 : 4$; $8888 : 2$; $8880 : 8$; $15000 : 10$; $15000 : 15$; etc.

Para todos estos cálculos se espera generar un espacio de comparación de estrategias de tal modo que los alumnos se apropien de otras nuevas y puedan progresivamente tomar decisiones acerca de las más convenientes según los números involucrados.

4) Problemas para profundizar en el análisis del valor posicional¹⁰.

- a) Formar una cantidad determinada de dinero con billetes de \$100; \$10 y monedas de \$1. Luego de la resolución del problema por procedimientos variados (contar en voz alta de 100 en 100, de 10 en 10, sumar, dibujar billetes, etc.) , reflexionar acerca de la información contenida en la escritura del número (para pagar \$ 862 preciso ocho billetes de cien, seis de diez y dos de uno).
- b) Hacer transformaciones de números escritos en la calculadora que exijan determinar el valor según la posición. Por ejemplo, dado en el visor de la calculadora el número 2132 haciendo una sola operación, lograr que en la calculadora aparezca el número 2102, luego el 2002. Se apunta a que los niños empiecen a reconocer que para “sacar” el 3 es necesario restar 30, para sacar el 1 y el 3 hay que restar 130, etc.

- c) Hacer cálculos en la calculadora bajo ciertas restricciones que exijan descomponer los números. Por ejemplo: “Hacer sumas para que aparezca en el visor de la calculadora el número 6345 usando únicamente las teclas 1, 0 y el signo +. Se apunta a que los niños reconozcan que el número “informa” cuántos miles, cuántos cientos, cuántos dieces, cuántos unos. Por ejemplo para 6345: $1000 + 1000 + 1000 + 1000 + 1000 + 1000 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$
- d) Problemas que exijan sumar números formados por la unidad seguida de ceros. Por ejemplo juegos simulados en los que unos niños obtienen puntajes según donde se colocaron dardos en un tablero. Según la zona valen 1000, 100, 10 o 1. Analizar luego del problema cómo se puede calcular el puntaje sin necesidad de hacer cuentas (Por ejemplo: 3 de 100, 1 de 10 y 1 de 1 = 311).
- e) Realizar cuadros de doble entrada en los que haya que hacer sumas o restas de 100 en 100 o de 1000 en 1000, de 2000 en 2000, etc. Por ejemplo, a partir de una lista con la cantidad de población que vive en ciertas ciudades calcular cuántas personas habría en los próximos años si cada año se incrementa en 1000 personas. Comparar resultados y procedimientos utilizados. Enfatizar aquellos procedimientos que se apoyan en la información provista por el número escrito.
- f) Problemas que permitan analizar la información contenida en la escritura del número. Por ejemplo: “En una fábrica se hicieron hoy 4567 tornillos. Se empaquetan en bolsas de a 10, cajas de a 100, luego en paquetes de a 1000 ¿Cuántas bolsas, cajas y paquetes se arman? ¿Cuántos sobran?”. O bien: “En un país en el que solo hay billetes de 1000, de 100, de 10 y de 1 ¿Cuál es la mínima cantidad de billetes de 1000, 100 y 10 que se necesitan para pagar \$ 5430?”. Muchos niños resolverán estos problemas por medio de cálculos diversos. Será necesario promover el análisis posterior acerca de cómo es posible anticipar los resultados a partir de la escritura del número.
- g) Problemas en los que haya que escribir números de acuerdo con ciertas restricciones. Por ejemplo: “escribir el mayor número de cuatro cifras usando el 5,6,7 y 8” ; “escribir el menor número de tres cifras diferentes”, etc. El análisis acerca de los diferentes números obtenidos y la producción de justificaciones promoverá la explicitación de ciertas reglas. Por ejemplo: “conviene poner los grandes al principio porque ahí valen más”, etc.

Los problemas que exigen un análisis del valor posicional son evidentemente los más complejos ya que involucran los aspectos multiplicativos de nuestro sistema de numeración. Por ello hemos propuesto algunos problemas en primero y segundo año que permiten un inicio en estos aspectos y un análisis algo más profundo en los problemas de tercer año. Evidentemente sus nuevos conocimientos sobre la multiplicación y la división les permiten recién ahora una mayor comprensión del significado del valor de los números según la posición que los mismos ocupan, de la información que porta sus escrituras y de la recursividad de nuestro sistema. Este tipo de problemas requerirá incluso un estudio más profundo en el segundo ciclo. En cuarto o quinto año el análisis comparativo entre nuestro sistema de numeración y otros sistemas de numeración no posicional - como el romano - y en sexto año, el inicio en el estudio de la potenciación permitirá recién a los alumnos una comprensión más completa de las propiedades que el sistema posicional encierra bajo la noción de unidad, de decena, centena, etc. La complejidad de este objeto de conocimiento es de tal magnitud e involucra tantas nociones

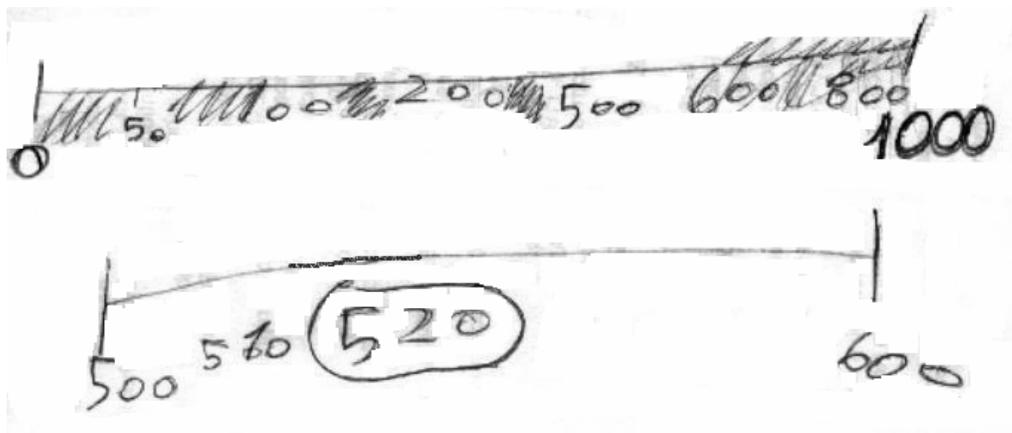
¹⁰ Algunos de estos problemas han sido tomados del Pre Diseño Curricular de la Ciudad de Buenos Aires,

matemáticas (multiplicación y división por la unidad seguida de ceros, potenciación, etc.) que precisa, para su estudio de por lo menos los dos ciclos de la EGB.

Los problemas en las aulas de tercer año

Adivinar el número

En algunos terceros años se les ha propuesto a los niños el juego de adivinación del número. La docente inicialmente escribía en un papel un número, informaba al grupo que estaba entre 1 y 1000, o entre 5000 y 10000. Los niños hacían preguntas a la maestra, tenían tiempo para registrar los datos obtenidos a partir de las respuestas. En algunos grupos este juego fue planteado teniendo los niños a su disposición grillas numéricas - de 1 en 1, o de 10 en 10 o de 100 en 100 según los números involucrados. Estas grillas eran utilizadas individualmente por los alumnos para ir señalando los posibles o los que se iban descartando. En otros grupos las docentes presentaron la recta numérica como un medio para ir registrando los campos numéricos posibles según las respuestas dadas. Por ejemplo, aquí vemos el registro de una niña. El número elegido por la maestra fue 520. Las preguntas sucesivas fueron: "Es más grande que 50?", ¿es más grande que 100?, ¿es más grande que 200?, ¿es más grande que 500?, ¿es más grande que 800?, ¿es más grande que 600? A medida que se obtenían las respuestas tachaba la parte que se descartaba. Cuando se dio cuenta de que estaba entre 500 y 600 hizo otra recta abajo para esos números "porque no me entra nada" y siguió preguntando hasta adivinarlo.



En los diferentes grupos fue interesante el análisis posterior de las preguntas realizadas. Una maestra registraba en el pizarrón todas las preguntas y respuestas y promovió el análisis de cuáles habían sido preguntas innecesarias porque ya se conocía la respuesta. En otros se promovió el análisis de cómo registrar en la grilla o en la recta la información obtenida.

Problemas para estudiar con mayor sistematicidad un campo numérico

En un tercer año les proponen a los niños diversas actividades para trabajar la investigación y el dominio de un campo numérico: del 100 al 1000. Muchos problemas tienen la apariencia de ejercicios clásicos para "practicar" o "evaluar" los conocimientos de los niños

sobre los números. En estos casos, sin embargo, son propuestos como problemas de exploración y sistematización. No se espera que los niños ya conozcan las respuestas. Son problemas en los que es absolutamente previsible que aparecerán errores y que exigirán un fuerte trabajo que permita elaborar conclusiones colectivas a reutilizar en problemas siguientes. Son problemas para aprender, en tanto los niños podrán usar lo que ya saben, pero a la vez se enfrentan a un desafío. Estos mismos problemas, planteados unos meses después, dejan de constituirse en verdaderos problemas y pasan a ser simplemente ejercicios de práctica. Veamos algunos ejemplos:

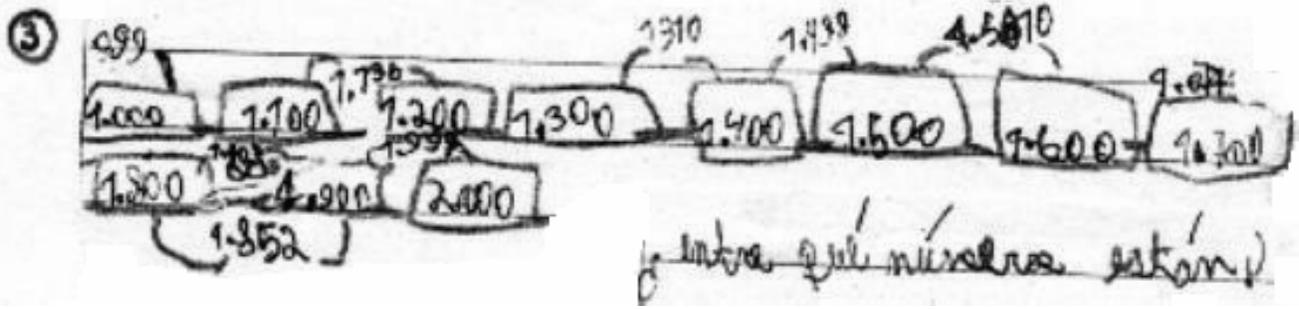
1.000	1.001	1.002	1.003	1.004	1.005	1.006	1.007	1.008	1.009
1.010	1.011	1.012	1.013	1.014	15	16	17	18	19
1.020	1.021	1.022	1.023	24	25	26	27	28	1.029
1.030	1.031	1.032	1.033	34	35	36	37	38	1.039
1.040	1.041	1.042	1.043	44	45	46	47	48	1.049
1.050	1.051	1.052	1.053	54	55	56	57	58	1.059
1.060	1.061	1.062	1.063	64	65	66	67	68	1.069
1.070	1.071	1.072	1.073	74	75	76	77	78	1.079
1.080	1.081	1.082	1.083	84	85	86	87	88	1.089
1.090	1.091	1.092	1.093	94	95	96	97	98	1.099

② practice

1.775	1.875	1.975
890	990	1009 x
1.420	1.530	1.630
648	748	848
762	862	962
1.111	1.211	1.311
000	100	200

+100

718	7	8
-100	999	809
618	+10	-10
	1009	899



④ nuestros números son los de la columna del centro.
 marca cuál de los dos números es el más próximo

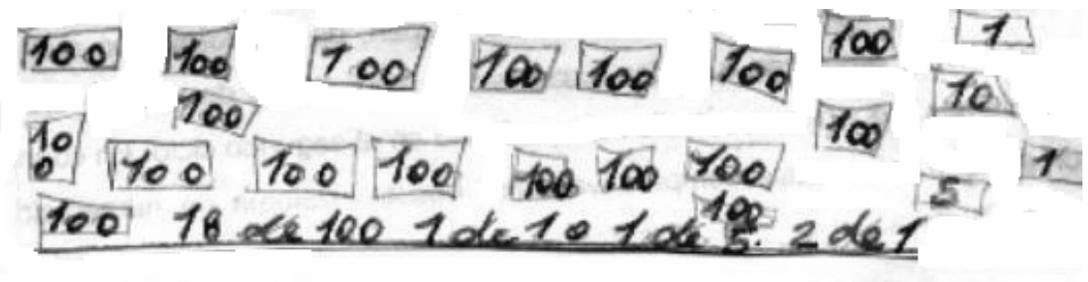
900	953	1.000
800	847	900
750	780	800
700	727	750

⑤: NÚMERO ^{DETRÁS} POSTERIOR EL QUE LE SIGUE

99.999	9.000
+ 1	+ 1
100.000	10.000
CIENTO MIL	DEZ MIL

Un problema para avanzar en el análisis del valor posicional.

En un tercer año les plantearon a los niños un problema que tenía por finalidad analizar la información contenida en el número. Tenían que averiguar cuál era la cantidad de billetes necesarios para pagar 1817 \$ con billetes de \$ 100, \$10, \$5 y \$1. La mayoría de los niños empezó a resolver el problema dibujando uno por uno los billetes, tratando de llegar a un número cercano.



Otros niños realizaron un conteo oral sin necesidad de dibujar los billetes: 100, 200, etc. Esta estrategia es más avanzada que la anterior, en tanto que posibilita una mayor economía al no tener que dibujar los billetes. En la puesta en común el docente realizó algunas intervenciones dirigidas a que los niños tomen conciencia de las relaciones implícitas entre los números involucrados: "Para pagar 1817 hacen falta 18 de 100, uno de 10, uno de 5 y otro de 2. ¿Es casualidad que empiece con 18 y dé 18 billetes de 100?" Luego de que los niños explicitan la relación se proponen nuevos números: "¿Y para 1837? ¿Qué pasaría con 2456 \$? ¿Cuántos de 100 harían falta?"

Se apunta a que los niños a través de la resolución de varios problemas similares a este, y de su posterior análisis colectivo, reconozcan que el número "indica" cuántos billetes de 100 y cuántos de 10. Los niños podrán a lo largo de dos o tres clases pasar de estrategias de conteo, de suma y de composición, hacia estrategias de análisis de la información contenida en la escritura del número.

Otro problema propuesto fue el de transformar los números de la pantalla de la calculadora. Veamos cómo los niños avanzan en sus explicaciones. En el primer problema esta niña realiza la resta, ya en el segundo explica cómo averiguó qué número sumar y realiza un análisis del valor del 5 según la posición que ocupan el 3 y el 8.

Tengo en la pantalla el número 154, ¿qué cuenta tengo que hacer para que aparezca el número 104?
 Tengo que hacer la cuenta de restar porque el 154 tiene más que el 104.
 Restamos mentalmente y me dió 50

Ahora el N° 357, ¿qué cuenta tengo que hacer para que aparezca el N° 857?
 al N° 357 le sumé 500 y el resultado es 857, el 500 lo saqué de la diferencia entre el 8 y el 3 que ocupa el lugar de los cientos.

Esta otra alumna en cambio explica en ambos problemas el análisis que hizo del valor según la posición:

Tengo en la pantalla de la calculadora el número 154.
 ¿Qué cuenta tengo que hacer para que aparezca el número 104?

$$\begin{array}{r} 154 \\ - 50 \\ \hline 104 \end{array}$$
 R = Le resté 50 porque el 5 está en el lugar de los dieces.
 Ahora aparece en la pantalla de la calculadora el número 357.
 ¿Qué cuenta tengo que hacer para de el número 857?

$$\begin{array}{r} 357 \\ + 500 \\ \hline 857 \end{array}$$
 R = Sumé y llegué a 5 y lo tomé por 500

Escribir y comparar números

En un tercer año la maestra les propone a los niños un problema para explorar ciertas propiedades de nuestro sistema de numeración: la escritura del mayor número dada una cierta cantidad de cifras.

Ma: Piensen en el número más grande que se puede formar con cuatro cifras.

Los alumnos escriben los siguientes números: 9999, 3000, 1999, 9822, 7777, 9099, etc.

La docente propone la discusión acerca de cuál de esos es el mayor.

Al: Es 9999

La maestra, frente a esta respuesta correcta, en lugar de convalidarla, propone a la alumna que explicita las razones por las cuales cree que ese es el mayor.

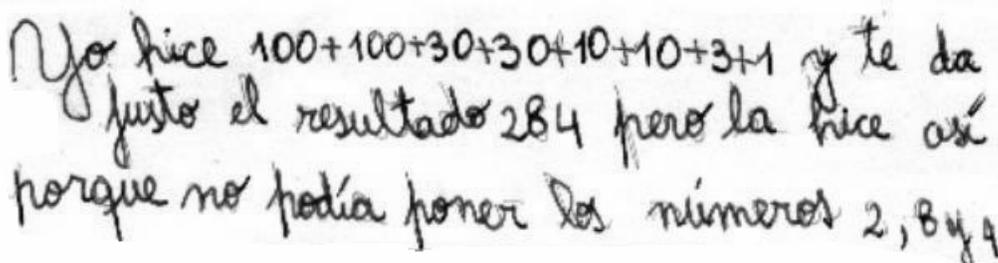
Ma: ¿Por qué te parece que es ese?

Al: Porque tiene 9 y 9 es el más grande

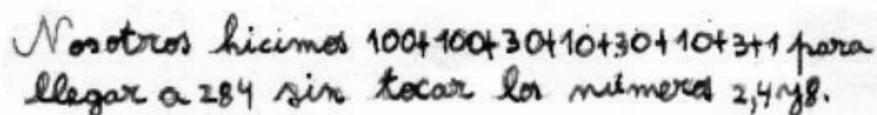
Aunque la respuesta es correcta, la docente la pone en duda a través de una contraargumentación, de tal modo de exigir una profundización en los argumentos de los alumnos: “Sí, pero éste también tiene 9 (señalando el 9099)”. La respuesta correcta no implica que se ha finalizado la clase; por el contrario, se espera iniciar un espacio de justificación, de argumentación y de producción de conclusiones que sirvan a todos los alumnos. Se intenta fomentar un debate en la clase en torno a los criterios de “cómo hacer para escribir el mayor número de cuatro cifras”. Se espera producir un conocimiento que sea útil para nuevos problemas y para otros números: “¿Cómo escribir el mayor número de tres cifras?”, “¿Y el menor de tres cifras?” “¿y el mayor de cinco cifras?”, etc.

La calculadora para provocar la descomposición de números

En otro tercero, la docente les propone a sus alumnos un problema con la calculadora que pone en juego el análisis del valor posicional: lograr que aparezca un número en el visor sin poder usar las teclas de esos números y usando solamente la tecla de la suma. Por ejemplo, les plantea que deben hacer sumas para hacer aparecer el 284 pero sin utilizar ni el 2, ni el 8, ni el 4. Esta restricción fuerza a considerar que es posible armar dicho número haciendo $200 + 80 + 4$ y posteriormente $100+100+10+10+10+...$ Los niños pueden probar diferentes maneras de hacerlo, también es correcta $131 + 153$. No se les permite usar la tecla de resta para que no puedan resolver el problema haciendo $285 - 1$, estrategia que no pone en juego conocimientos del valor posicional.



Yo hice $100+100+30+30+10+10+3+1$ y te da justo el resultado 284 pero la hice así porque no podía poner los números 2, 8 y 4



Nosotros hicimos $100+100+30+10+30+10+3+1$ para llegar a 284 sin tocar los números 2, 8 y 4.

En la fase colectiva de este problema los alumnos explicitan cómo hacían para darse cuenta de qué sumas hacer. El objetivo es el análisis de toda la información contenida en la escritura del número e incluso las relaciones entre las sumas y el nombre del número *“para 284 el nombre te dice un poco, dos cientos..., ochenta, ocho dieces y cuatro...”*, etc.

Para finalizar...

Hemos presentado en este documento una variedad de problemas para los primeros años de la escolaridad. Somos conscientes de la enorme distancia entre este tipo de situaciones y algunas prácticas escolares clásicas con respecto a este mismo contenido, en particular en lo que se refiere al tamaño de los números, al trabajo alrededor de escrituras no convencionales, a la resolución de problemas de numeración por procedimientos diversos, a la cuestión de proponer, en el mismo momento del año, algunos problemas con números muy pequeños y otros con números mucho mayores, a la forma en la que se presentan los números en forma global, a la priorización inicial de descomposiciones aditivas en lugar de las multiplicativas, etc.

La enseñanza de los números ha sido un lugar casi paradigmático de la repetición y la ejercitación. Hemos tratado de mostrar en cambio un trabajo que favorezca en todos los niños la adquisición de conocimientos cargados de significado y que dicha adquisición sea producida en un clima de trabajo intelectual propio de la actividad matemática. Por ello se presentan problemas que involucran desafíos para los alumnos en los cuales será necesario trabajar con las diferentes estrategias y respuestas, con las dificultades y los errores. Sabemos que los niños pueden aprender los números “haciendo matemática”.

Bibliografía

- Alvarado, M. y Ferreiro, E. (2000) "El análisis de nombres de números de dos dígitos en niños de 4 y 5 años". En *Lectura y Vida. Revista Latinoamericana de Lectura*. Año 21 Marzo 2000. N°1.
- Allami, S. y Kuperman, C.(2001): " El nudo como apoyo para generar progresos en la interpretación de notaciones numéricas por parte de los niños". Ponencia presentada en la Decimoquinta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Bs. As.
- Bednarz, N. y Janvier, B. (1982). "The understanding of numeration in primary school". En: *Educational Studies in Mathematics*, vol. 13.1.
- Brizuela, B. (1997) "Inventions and conventions: A story about capital numbers". En *For de learning of Mathematics*. N°17, 1. Publishing Association, Vancouver. British Columbia, Canadá.
- Brizuela, B. (2000) Algunas ideas sobre el sistema de numeración escrito en niños pequeños; en: Elichiry, N. (comp.): Aprendizaje de niños y maestros. Hacia la construcción del sujeto educativo. Buenos Aires, Manantial.
- Broitman, C.(2001): "Intervenciones didácticas que promueven la difusión de los conocimientos numéricos en los niños", ponencia presentada en la Decimoquinta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Bs. As.
- Carraher, T.; Carraher, D. ; Y Schliemann, A. (1991): En la vida diez, en la escuela cero. México, Siglo XXI
- Ferreiro, E. (1986): El cálculo escolar y el cálculo con dinero en situación inflacionaria , en: Proceso de alfabetización. La alfabetización en proceso. Bs. As.
- Huges, M.: (1987): Los niños y los números, Barcelona, Ed.Planeta.
- Kuperman, C. (1999:): "Las colecciones: un proyecto con historia para contar y contar". En *Revista Buber Informa*, año 8, N° 16. Edición de Escuela Martín Buber. Cap. Fed.
- Lerner, D. (1992): La matemática en la escuela aquí y ahora, Buenos Aires, Aique.
- Lerner, D.; Sadovsky, P. y Wolman, S. (1994): "El sistema de numeración: un problema didáctico". En Parra, C. y Saiz, I. (comps.): Didáctica de matemáticas, Bs.As., Paidós.
- Parra,C y Saiz,I.(1992): Los niños, los maestros y los números. Desarrollo Curricular. Matemática para 1ro y 2do grado. GCBA.
- Parra,C. (1994): "Cálculo mental en la Escuela Primaria" en Parra, C. y Sáiz, I (comp) Didáctica de la Matemática Bs As., Paidós.
- Ponce, H. y Tasca, F. (2001) "Lo aditivo y lo multiplicativo en la comprensión del sistema de numeración. Una indagación didáctica", ponencia presentada en la Decimoquinta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Bs. As.
- Quaranta, M. E. y Tarasow, P. (2001): "Validación y producción de conocimientos sobre las interpretaciones numéricas", ponencia presentada en la Decimoquinta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Bs. As.
- Sadovsky, P., Broitman, C., Itzcovich, H., Parra, C. (1999): Pre Diseño Curricular de Primer ciclo. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires
- Scheuer, N.; Bressan, A.; Bottazzi, C. y Canelo. T. (1996). "Este es más grande porque... o cómo los niños comparan numerales". *Revista Argentina de Educación* N° 24. 10/96.
- Scheuer, N. Bressan, A. Rivas, S. (2001): "Los conocimientos numéricos en niños que inician su escolaridad" en Elichiry (comp): Dónde y cómo se aprende. Temas de Psicología Educativa. Ed. Paidós. Bs. As.
- Sinclair, A y Sinclair, H. (1984) "Las interpretaciones de los niños preescolares sobre los números escritos". En *Human Learning*, volumen 3, páginas 173/84. (Traducción al español Flavia Terigi)
- Sinclair, A. Tieche-Cristinat, C, & Garín, A. (1994). "Comment l'enfant interprète-t-il les nombres écrits á plusieurs chiffres?". En M. Artigue, R. Gras, C. Laborde & P.Tavignot (eds) Vingt ans des mathématiques en France. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Sinclair, A. y Sheuer, N. (1993) "Understanding the written number system: six years - olds in Argentina y Switzerland". En *Educational studies in mathematics*. N°24
- Sinclair, H. (dir) (1988). La production de notations chez le jeune enfant, Paris, PUF.
- Terigi, F. (1992). "En torno a la psicogénesis del sistema de numeración: estado de la cuestión, perspectivas y problemas". En: Revista Argentina de Educación, X (17), abril de 1992, pp. 67/ 85.
- Tolchinsky, L. (1995): "Dibujar, escribir, hacer números". En: Teberosky, Tolchinsky Más Allá de la Alfabetización. Ed. Santillana, Bs. As.
- Wolman, S.(2000): "Números escritos en el Nivel Inicial" en *Revista De Cero a Cinco* Nro. 22 Editorial Novedades Educativas.