MATEMÁTICA

4TO AÑO

La Matemática y su enseñanza en el Ciclo Superior de la Escuela Secundaria

El ciclo Superior de la Secundaria representa para los jóvenes la oportunidad de profundizar contenidos matemáticos anteriores, analizarlos desde el punto de vista formal de la matemática como ciencia, al mismo tiempo que se abre un espacio de construcción de nuevos conceptos.

La matemática para jóvenes que cursan estudios secundarios superiores deberá aportar niveles crecientes de formalización y generalización.

Para “hacer matemática” es ineludible resolver problemas, pero si bien esta actividad es necesaria no resulta suficiente. La descontextualización de los resultados obtenidos es lo que permite generalizar y realizar transferencias pertinentes.

Es importante que los docentes tengan presente que si bien la estructura de la matemática, como ciencia formal, es el resultado final de conocimientos construidos por la comunidad científica, en la escuela secundaria esa estructura deberá constituir una meta y no un punto de partida.

Si bien la “matemática escolar” difiere del trabajo científico, el estilo y las características de la tarea que realiza la comunidad matemática pueden y deben vivenciarse en el aula. De esta forma los alumnos considerarán a la Matemática como un quehacer posible para todos, tal como se esbozara en la Secundaria Básica.

El imaginario popular asigna a la matemática significados discutibles que la colocan en un lugar casi inalcanzable para el común de las personas. Estas concepciones tienen su origen, en gran parte, en los aprendizajes que se produjeron durante la escolaridad. Por lo general la matemática escolar ha estado caracterizada por una profusión de definiciones abstractas, procedimientos mecánicos, desarrollos unívocos y acabados, demostraciones formales junto con un uso apresurado de la simbología. Esto ha contribuido a la creencia de que las personas que no son capaces de asimilarlos sistemáticamente, en el orden y la cantidad en la que son presentados, fracasan por “falta de capacidad” para la matemática.

Esta concepción determinista y elitista de la Matemática se contrapone con la propuesta de este diseño curricular la coloca como parte de la cultura y a nuestros alumnos como hacedores de la misma.

Si bien la Matemática es un quehacer posible para todos, el modo en la que se la presenta no siempre resulta adecuado para todos. Por este motivo se propone un

cambio sustancial en el quehacer matemático del aula donde el docente - a partir de la asimetría- sea un motor importante en la construcción de conocimientos que cobren sentido dentro de la formación integral del alumno.
Uno de estos cambios es el posicionamiento del docente, corriéndose del lugar central que ha ocupado históricamente dentro del aula. "Abandonar el lugar central" no significa "abandonar a los alumnos" sino ocupar otro espacio dentro de la dinámica de la clase que permita a los jóvenes interactuar con sus pares y con la propuesta de trabajo presentada. Pero la sola reunión de los jóvenes con propuestas bien planificadas no garantiza que aprendan matemática. La intervención del docente es de fundamental importancia para que el aprendizaje sea posible. Esa intervención debe responder a estrategias que trasciendan la exposición como única dinámica de clase.

MAPA CURRICULAR

Eje	**Núcleos sintéticos de contenidos**
Geometría y Algebra	**Semejanza de figuras planas** **Teorema de Thales** **Trigonometría** **Lugar geométrico** Parábola
Número y Operaciones	**Números Reales** Concepto y representación Completitud Operatoria **Sucesiones** Concepto. Notación y lenguaje *Uso de calculadoras*
	Ecuaciones e inecuaciones Ecuaciones de segundo grado **Concepto de funciones** Lectura de gráficos y dominio

Álgebra y Funciones	**Funciones cuadráticas** Distintas expresiones **Polinomios** Operaciones. Factorización. Teorema de Ruffini. Teorema de Gauss. *Uso de software para el estudio de funciones*
Probabilidad y Estadística	**Combinatoria** **Binomio de Newton** **Probabilidad** Espacio muestral. Sucesos incompatibles e independientes. Probabilidad condicional *Uso de calculadoras*

CARGA HORARIA

La materia **Matemática Superior** se encuentra en el 4° año de la escuela secundaria en todas las orientaciones del Ciclo Superior.
Su carga es de 108 horas anuales, siendo su frecuencia de 3 horas semanales ,si su duración se implementa como anual.

OBJETIVOS DE ENSEÑANZA

- Promover el trabajo autónomo de los alumnos.
- Estimular a los alumnos a establecer hipótesis, comprobarlas y validarlas utilizando herramientas matemáticas pertinentes.
- Valorar y hacer valorar a los alumnos los aportes individuales y /o grupales para la construcción del conocimiento matemático logrado por la clase en su conjunto.
- Promover el respeto por las opiniones ajenas y una actitud abierta al cambio que permita elegir las mejores soluciones a diferentes problemas matemáticos, estableciendo, cuando resulte necesario, puntos de encuentro con los desarrollos personales o logrados en pequeños grupos.
- Utilizar la información que brindan las evaluaciones realizadas para retroalimentar tanto las planificación particular como la institucional en matemática.
- Alentar a los alumnos para que valoren sus producciones matemáticas y logren comunicarlas en pequeños grupos o en grupo total, para realizar consultas, defender posturas, construir hipótesis o tratar de explicar construcciones matemáticas personales o ajenas.
- Planificar las diferentes instancias en las que se desarrollará el trabajo matemático (individual, en parejas, en pequeños grupos, en grupo total u otras) que promuevan el trabajo personal y grupal.
- Evaluar los aprendizajes de los alumnos estableciendo relaciones entre lo aprendido y lo enseñado en las clases de matemática.
- Valorar y aprovechar los conocimientos matemáticos extraescolares que los alumnos hayan podido construir para formalizarlos en el marco de la matemática con el objeto de explicarlos, enriquecer su significado.
- Colaborar para que los alumnos utilicen libros de matemática como material de consulta y ampliación de lo trabajado en clase.
- Ayudar a los alumnos a tomar conciencia de que la construcción grupal de conocimientos matemáticos aporta aprendizajes valiosos.

- Escuchar, registrar y retomar los aportes de sus alumnos efectuados en forma individual y grupal durante la clase de matemática.
- Promover la relación por parte del alumno de los contenidos nuevos con los anteriores.
- Estimular la necesidad de mejorar la terminología y notación matemática en los diferentes contenidos.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Construir conocimientos matemáticos significativos.
- Elaborar estrategias de trabajo matemático en el aula en un marco de responsabilidad, solidaridad y convivencia democrática.
- Establecer transferencias pertinentes de los conocimientos adquiridos a situaciones intra y/o extra-matemáticas.
- Trabajar de manera autónoma identificando posibles modelizaciones de situaciones que se presenten en diferentes campos.
- Valorar la Matemática como objeto de la cultura.
- Comprender la importancia de la formalización como herramienta de comunicación en el ámbito de la Matemática.
- Distinguir definiciones de explicaciones y ejemplos.
- Justificar estrategias.
- Comprobar lo razonable de sus resultados.
- Valorar su propia capacidad matemática.

CONTENIDOS

Los contenidos se han organizado en cuatro ejes: Geometría y álgebra, Números y Operaciones, Álgebra y Estudio de Funciones, Probabilidades y Estadística. En los mismos se incluyen núcleos sintéticos de contenidos que agrupan conocimientos que están vinculados entre sí.

En cada uno de los ejes se continuará con el trabajo propuesto en diseños anteriores, profundizándolo y orientándolo hacia los niveles de argumentación y formalización que se espera que los alumnos adquieran a lo largo de los tres años que componen la Secundaria Superior. En el mencionado desarrollo se incluyen contenidos nuevos que complementan y refuerzan la formación básica de los alumnos.

El orden de presentación de los ejes, y de los núcleos sintéticos dentro de los mismos no implica que el docente deba, necesariamente, enseñarlos en ese orden, en tanto consigne en su planificación razones justificadas.

El tratamiento de los contenidos de determinado eje puede provocar la aparición de un nodo en el que se encuentran contenidos de otros ejes.

La descripción de los contenidos de cada eje contiene orientaciones didácticas. Estas incluyen ejemplos de problemas y situaciones de enseñanza con los que el docente podrá trabajar algunos de los contenidos del eje.

Geometría y Álgebra

Semejanza de figuras planas
Teorema de Thales
Trigonometría
Lugar geométrico
Parábola

Se propondrá la resolución de problemas que involucren figuras planas y cuerpos tridimensionales que relacionen conceptos trabajados con anterioridad integrados con los nuevos que se aborden: teorema de Thales, trigonometría, teoremas del seno y del coseno.

Lo esencial es la actividad que se desarrolla al abordar campos de problemas donde se pondrán en juego significados, conceptos, términos, relaciones que darán lugar a registros orales, gestuales y de escritura que en la interacción didáctica serán institucionalizados activando instrumentos semióticos. A menudo se cree que el alumno está aprendiendo conceptos cuando en realidad está aprendiendo a hacer uso de signos.

La adquisición conceptual de un objeto matemático depende- estrechamente - de la adquisición de representaciones semióticas, de su representación en distintos registros y de la conversión de las representaciones de un registro a otro junto con el tratamiento de las mismas dentro de un mismo registro. La trasmisión verbal y unilateral de los conceptos sólo garantiza un verbalismo vacío.

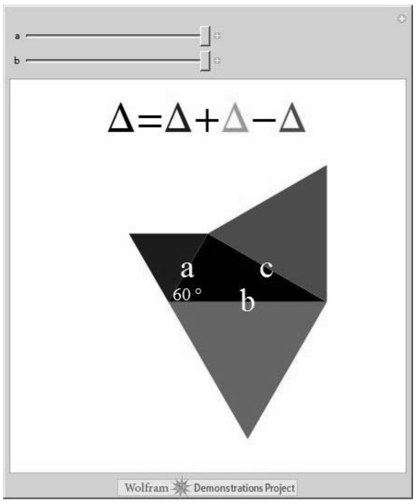
Los alumnos pueden encontrar en la red una importante cantidad de visualizaciones interactivas que pueden ser en el aula punto de partida para su análisis. Estas visualizaciones interactivas constituyen otro entorno de aprendizaje para muchos de nuestros alumnos por lo que deberíamos alentarlos a buscar este tipo de información para luego traerla al aula para su análisis. Los jóvenes saben mucho sobre tecnología y esto significa como lo manifiesta Nicholas Burbules un importante potencial educativo pues les dará una relación más personal con el saber.

Ejemplo 1

Relación entre las áreas de un triángulo rectángulo y las de los equiláteros construidos sobre sus lados.

El área del triángulo rectángulo de ángulos agudos de 30° y 60° puede ser expresada en función de las áreas de los triángulos equiláteros A, B y C construidos sobre cada uno de sus lados.

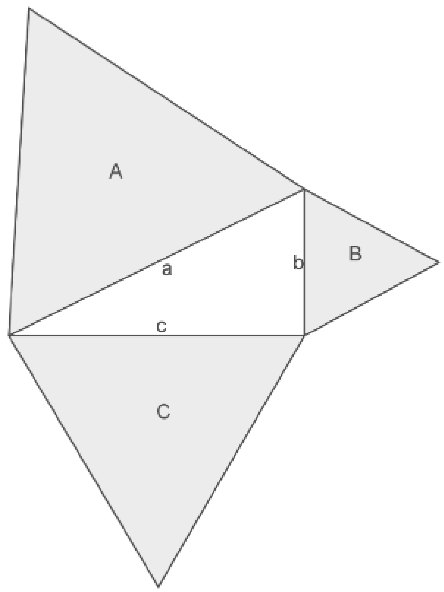
A partir de esta imagen virtual que se puede visualizar en *The Wolfram Demonstrations Project*[1]



se puede plantear el siguiente problema. Mostrar que:

área de A + área de B - área de C = área del triángulo rectángulo T

[1] http://demonstration.wolfram.com



El área del triángulo rectángulo puede expresarse como $\frac{1}{2}$ ***b c***

y dado que ***c =a sen 60°***

tendremos

$\frac{1}{2}\ b\ c = \frac{1}{2}\ \text{sen } 60°\ a\ b = \frac{1}{2}\ \frac{\sqrt{3}}{2}\ a\ b = \frac{\sqrt{3}}{4}\ a\ b$

El área de todo triángulo equilátero de lado ***l*** puede expresarse como $\frac{\sqrt{3}}{4}\ l^2$

Por lo que $\frac{\sqrt{3}}{4}\ a^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}\ b^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}\ c^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}\ (a^2 + b^2 - c^2)$

Aplicando el teorema del coseno

$c^2 = a^2 + b^2 - 2\ a\ b \cos 60° = a^2 + b^2 - a\ b$

tendremos

$\frac{\sqrt{3}}{4}\ a^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}\ b^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}\ c^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}\ (a^2 + b^2 - c^2) =$

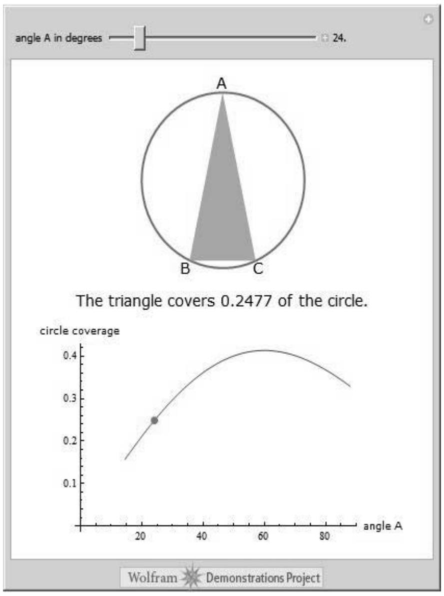
$= \frac{\sqrt{3}}{4}\ [\ a^2 + b^2 - (a^2 + b^2 - a\ b\ ] = \frac{\sqrt{3}}{4}\ a\ b$

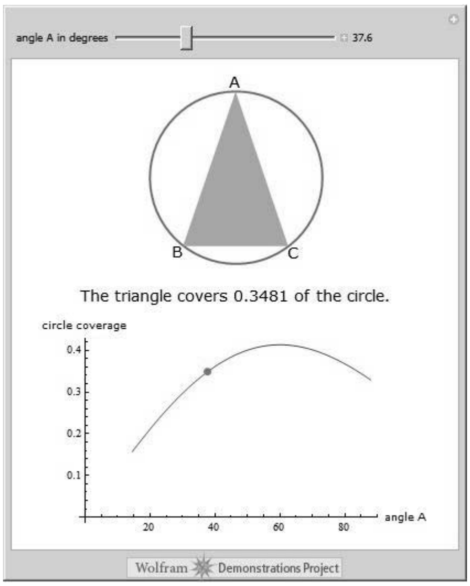
hemos demostrado así la igualdad propuesta

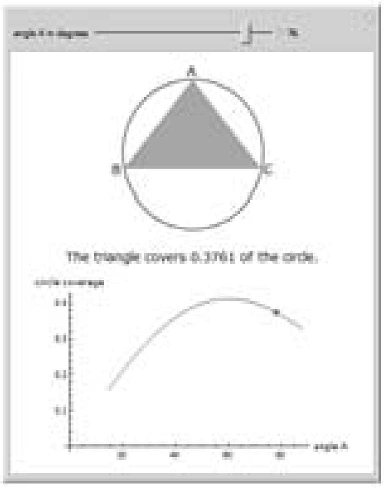
Ejemplo 2

Relación entre el área del triángulo isósceles inscripto y el área del círculo.

En la web podemos encontrar un simulador que a medida que va variando la medida del ángulo del triángulo calcula qué parte del círculo se cubre. Esta situación se describe a través de una curva. La función que se grafica mide el porcentaje del área ocupada por el triángulo dentro del círculo en función del ángulo con vértice en A, con A fijo.







Son múltiples las preguntas que se pueden hacer a los alumnos con respecto de esta situación.

¿Qué variables vincula la función?

¿Cuál es la dependiente?

¿En qué unidad está medida la variable independiente?

¿Para qué valor esta función alcanza el máximo?

Dentro del campo geométrico se pueden desprender distintos temas:

* Dada una circunferencia ¿cómo obtener el área del triángulo equilátero inscripto en función del radio?

*Dado un triángulo determinar el centro de la circunferencia circunscripta.

*¿Qué datos son necesarios para calcular el área de un triángulo isósceles inscripto en la circunferencia?

Este tipo de ejemplos que tienen apertura a futuros abordajes son una oportunidad para retomar conceptos ya trabajados tanto en este eje como en otros para dar una mirada integradora. Al mismo tiempo permite optimizar tiempo y recursos trabajando simultáneamente contenidos de varios ejes.

Estos ejemplos enriquecen las representaciones ya que sin ser discursivas vinculan distintos temas matemáticos.

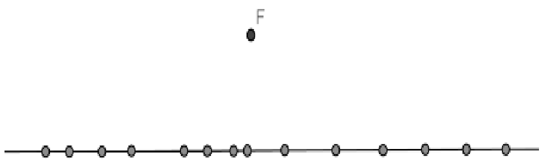
Lugar geométrico: parábola

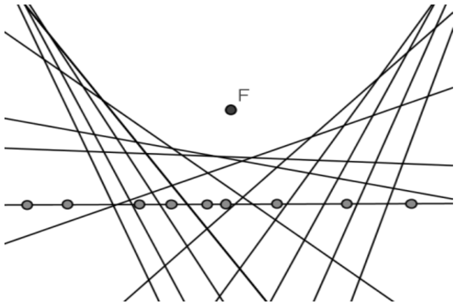
En este eje se propone el estudio de la parábola como lugar geométrico y en el bloque funciones su abordaje como función cuadrática, como ya se mencionó, las diferentes miradas y representaciones apuntan a un mejor acercamiento a la formación del concepto. El docente puede decidir en qué orden trabajarlo ya que la organización de los bloques no es secuencial o puede hacer también un tratamiento simultáneo.

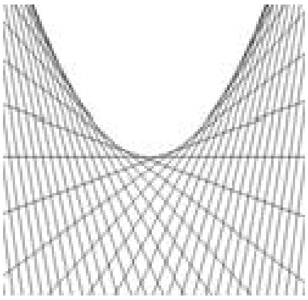
Ejemplo 3

Dado que la parábola es el lugar geométrico de los puntos que están a igual distancia de un punto fijo llamado *Foco* y una recta fija llamada *Directriz,* puede comenzarse con una primera aproximación por dobleces de papel.

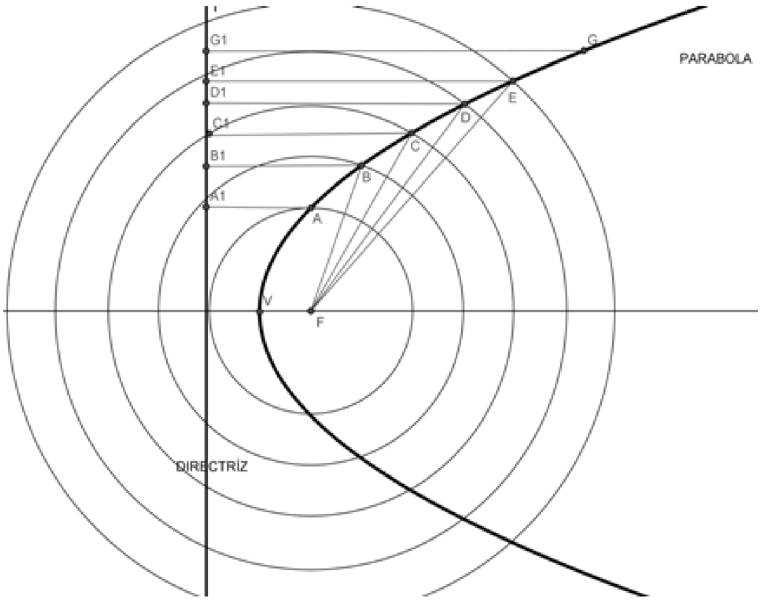
1) Marcar puntos de una recta y un punto F exterior a ella.
2) Plegar la hoja hasta hacer coincidir F con cada uno de los puntos marcados en la recta.
3) Marcar en cada caso el doblez de la hoja. Al abrir el papel los pliegues determinan la curva en la que el punto es el foco y la recta la directriz.







También puede trazarse con un software como Geogebra ,Cabri u otros disponibles libremente en la Web como se muestra a continuación



Ejemplo 4

El gráfico de la función f: R→ R f(x) = x^2 es una parábola. ¿Cuál es su foco? ¿Y su directriz.

Número y operaciones

Números Reales

Concepto y representación

Completitud

Operatoria

Sucesiones

Concepto. Notación y lenguaje

Uso de calculadoras

Números reales

Se propone retomar el estudio de números reales con el fin de profundizar conceptos.

Algunos aspectos que deben trabajarse y abordarse en diversos marcos y oportunidades:

- Lo que caracteriza al conjunto de números reales es su completitud
- $\sqrt{2}$ (o la raíz cuadrada de cualquier otro natural que no sea cuadrado perfecto) no es una operación a resolver. Es un número y es, además, la única forma de escribir ese número exactamente.

En cuanto a la operatoria es preferible un cálculo sencillo razonado y reflexionado a extensos cálculos mecanizados con escaso valor matemático.

Es de mucha más riqueza matemática trabajar con las definiciones y propiedades de las operaciones que la memorización de procedimientos para extraer factores o racionalizar de forma mecánica. La utilización de calculadoras científicas deberá ser objeto de un estudio específico con espacio para la discusión de procedimientos y resultados.

Ejemplo 1

Buscar dos números irracionales tales que su suma y su producto sea racional.

Ejemplo 2

Hallar $a \in \Re$ tal que a^2 sea irracional y a^4 sea racional

Ejemplo 3

$\sqrt[5]{7}$ es irracional.

Hallar el menor $n \in N$ tal que $\left(\sqrt[5]{7}\right)^n$ sea racional

Hallar la menor $n \in N$ tal que $\left(\sqrt[4]{25}\right)^n$ sea racional

Ejemplo 4

Dar las dimensiones de un triángulo equilátero tal que la medida de su área sea el triple de la medida de su perímetro.

Sucesiones

El concepto de sucesión está presente en situaciones de la vida cotidiana y ya en los primeros años de escolaridad se construye la sucesión de números naturales. En la escuela secundaria las sucesiones son un concepto muy propicio para que los alumnos busquen regularidades, formulen hipótesis al buscar el término general de una sucesión y discutan sobre distintas notaciones.

Será necesario para facilitar estas cuestiones promover la producción y la lectura de situaciones que se modelicen por medio de sucesiones y que a su vez puedan ser representados por diversos lenguajes, desde el natural o coloquial hasta el simbólico teniendo en cuenta que esto no constituye una simple traducción sino que en estas relecturas las conceptualizaciones irán adquiriendo riqueza y precisión.

Ejemplo 5

Dado un cuadrado de área 1, se sigue el siguiente procedimiento:

* Se divide la figura en dos partes de igual área y se pinta una de las mitades.

** La parte que quedó sin pintar se vuelve a dividir en dos partes de igual área y se pinta una de ellas.

*** Se repite el paso **.

a) Completar sabiendo que a_n es el área de la figura pintada en el paso n.

$a_1 = 1/2$ $a_2 = 1/4$ $a_3 = \ldots$ $a_4 = \ldots$ $a_n = \ldots$

b) Se afirma que en el segundo paso ya se ha pintado más del 70% de la figura. ¿Es esto cierto? ¿Qué cuenta justifica su respuesta?

c) ¿Cuántos pasos son necesarios para tener pintado más del 90% del cuadrado? ¿Y más del 99%?

d) Analizar y discutir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Buscar argumentos matemáticos que justifiquen la respuesta.

- En algún momento, el cuadrado queda todo pintado.

- En un número finito de pasos se termina de pintar todo el cuadrado.
- No importa la cantidad de pasos que se den, siempre queda una parte del cuadrado sin pintar.
- El área de lo que queda sin pintar disminuye en cada paso.
- El área de lo que queda sin pintar se puede hacer tan pequeña como uno quiera.

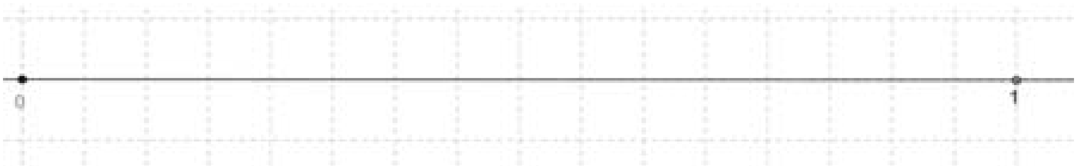
Ejemplo 6:

Representar gráficamente las siguientes sucesiones en la recta real:

Ubicar los primeros cuatro términos siendo:

- $a_n = \frac{1}{2^n}$

$a_1 = \frac{1}{2}$, $a_2 =$, $a_3 =$, $a_4 =$



- $a_n = (-1)^n / n$
- $a_n = \frac{n}{2} - 2$

Álgebra y estudio de funciones

Ecuaciones e inecuaciones

Ecuaciones de segundo grado

Concepto de funciones

Lectura de gráficos y dominio

Funciones cuadráticas

Distintas expresiones

Polinomios

Operaciones. Factorización.

Teorema de Ruffini. Teorema de Gauss.

Uso de software para el estudio de funciones

Se profundizará en la resolución de ecuaciones e inecuaciones analizando formas gráfica y analíticas. Se modelizarán y resolverán situaciones intra y extra-matemáticas mediante ecuaciones e inecuaciones. Se propondrá la comparación de métodos de resolución y discusión del número y tipo de soluciones halladas de acuerdo a los contextos de las situaciones a resolver. Se trabajará con polinomios de una variable. Se promoverá la utilización de software para la representación gráfica de funciones.

Ecuaciones

Al resolver ecuaciones los alumnos irán construyendo el concepto de ecuación como función proposicional. Sin embargo para que esta construcción sea posible es indispensable que se reflexione al trabajar sobre el conjunto de soluciones y se explicite el concepto de ecuaciones equivalentes.

Los procedimientos que se realizan para resolver una ecuación son escrituras sucesivas de ecuaciones equivalentes dado que cada una de ellas tiene el mismo el conjunto de soluciones.

Sería conveniente comenzar a plantear situaciones en las cuales el uso de ecuaciones no sólo se utilice para traducir a otro lenguaje una pregunta numérica sino para probar generalizaciones del tipo: “Todo número par es el anterior de un impar”

Para subsanar errores frecuentes es importante plantear situaciones donde la solución no sea única y se requiera una discusión acerca de la cantidad y tipo de soluciones. Por ejemplo es común que los alumnos resuelvan

$$\begin{aligned} 2(x+5) &= 2x+10 \\ 2x+5 &= 2x+5 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

y den como respuesta “la solución es 0” ya que para ellos resolver una ecuación es llegar a un número en el último paso . La reflexión sobre las soluciones de cada expresión permitirá solucionar las dificultades planteadas.

Dentro de este contexto es conveniente reforzar la diferencia entre calcular las soluciones de $x^2 = 9$ $S=\{3, -3\}$ y calcular el resultado de la operación $\sqrt{9}$ ya que esta operación tiene como **único** resultado 3.

Dado que algunas calculadoras resuelven ecuaciones de segundo grado es conveniente realizar el estudio de estas ecuaciones mediante el empleo de los distintos modelos de calculadoras que coexisten en general en las aulas.

Concepto de función

Uno de los conceptos más importantes de la matemática es el concepto de función. Hay diversas maneras de abordar el tema pero en el nivel en que estamos trabajando parece más pertinente introducirlo desde la dependencia entre variables.

Es importante que se presenten desde sus distintas representaciones: mediante una tabla, mediante un gráfico, mediante un relato o mediante una fórmula. Es conveniente en la medida de lo matemáticamente posible que se trabaje el pasaje de un registro semiótico a otro.

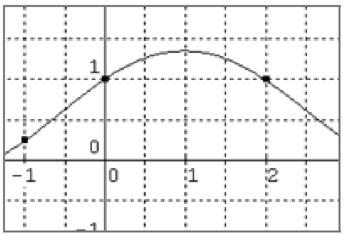
No debe apresurarse el trabajo con funciones específicas (lineales, cuadráticas). Cuanto más variadas sean las situaciones planteadas, la identificación de las variables, la elección de la escala para su representación y la lectura de gráficos serán aspectos que contribuyan a la construcción del concepto de función.

Debe jerarquizarse el estudio del dominio de la función con la que se está trabajando tanto desde el gráfico como desde las fórmulas.

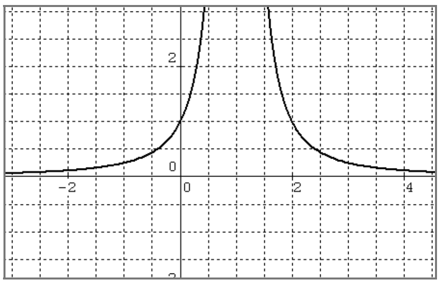
El método de graficar por puntos obtenidos a partir de la construcción de tablas sin estudio del dominio de la función puede conducir a graves errores conceptuales como por ejemplo en el caso de $f(x) = 1/(x-1)^2$

x	0	1/2	2	-1	3	3/2
$1/(x-1)^2$	1	4	1	1/4	1/4	4

Los alumnos a partir de esta tabla podrían suponer como grafico el siguiente:



Lo que es absurdo pues el dominio de la función es R-{1} y su gráfico es:

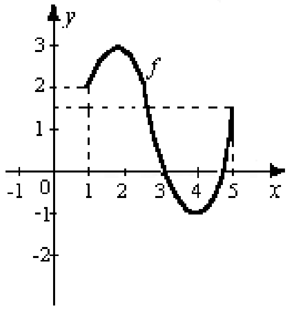


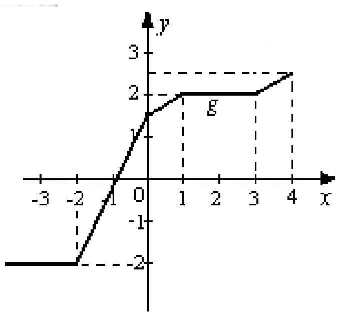
En el caso de trabajarse con funciones que modelizan problemas debe distinguirse entre el dominio natural (dominio matemático de la fórmula) el dominio propio de la situación que modeliza. Es conveniente proponer la discusión sobre funciones con dominio discreto y también funciones definidas a trozos.

No es de poca importancia discutir con los alumnos la notación elegida y distinguir desde la notación que si x es un elemento del dominio f(x) es un elemento de la imagen.

Ejemplo 1

A partir de los gráficos





Graficar:

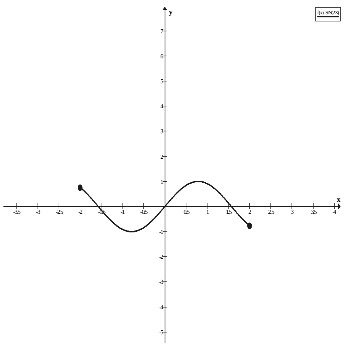
$h_1 = f(x)+1$ $\quad$ $h_4 = g(x)-2$

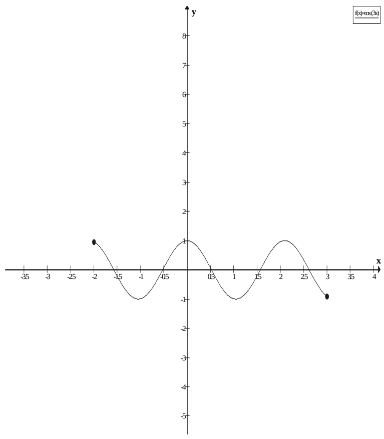
$h_2 = f(x+1)$ $\quad$ $h_5 = g(x-2)$

$h_3 = -f(x)$ $\quad$ $h_6 = -g(x)$

Ejemplo 2

A partir de los gráficos:





Graficar:

$g_1(x) = f(-x)$ y $g_2(x) = -f(-x)$

Funciones cuadráticas

Si bien hay numerosos ejemplos de problemas que son modelizados por funciones cuadráticas, en el proceso de conceptualización graficar una función cuadrática se convertirá en un problema que no se resuelve con la confección de tablas de valores realizadas sin criterio, sino se discutirá sobre cuántos y cuáles son los puntos estratégicos para lograr el gráfico. Se presentará la función cuadrática en su forma canónica, factorizada y polinómica. Se valorará en cada representación la información que la fórmula ofrece sobre el gráfico.

Ejemplo 3

*Si quieres graficar $f(x) = (x-5)^2+2$ ¿Qué valores elegirías para graficarla?

*Si se sabe que el eje de simetría del gráfico de una función cuadrática es $x=1$ y que una de sus raíces es $x= 7$ ¿Para qué otro valor de x es $f(x) = 0$?

Es interesante reflexionar sobre la información que la fórmula brinda sobre un gráfico y que nos permite anticipar la representación como los puntos de intersección con los ejes y la ubicación del vértice aún sin graficarla.

Ejemplo 4

Completar el siguiente cuadro

	$f(x)= (x+4)^2-5$	$f(x)= (x-3)(x+5)$	$f(x)=x(x+2)$
Eje de simetría			
Vértice			

Inversamente a partir de características del gráfico encontrar la fórmula asociada.

Ejemplo5

Hallar la expresión de la función cuadrática que cumpla los requisitos pedidos en cada caso:

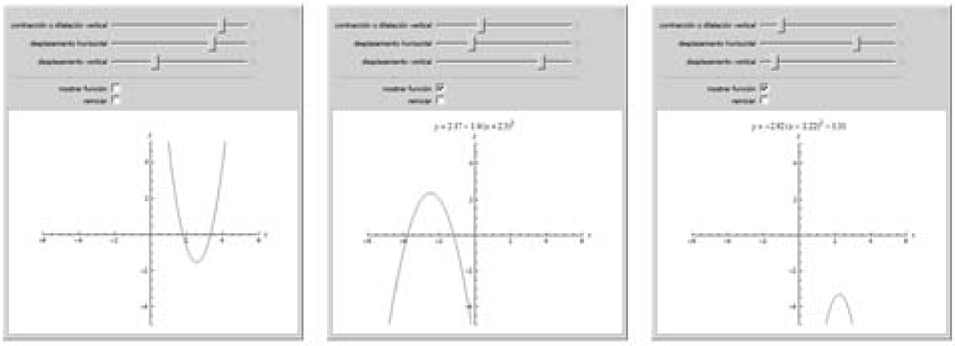
*Su gráfico pasa por el punto (3 , -1) y su vértice es el punto V = (-2 , 3)

*Su gráfico interseca al eje y en (0 , 7) y su vértice es el punto V= (3 , 2

Ejemplo 6

Modificaciones de la función cuadrática

En la red[2] los alumnos podrán encontrar una propuesta interactiva en la que podrán ver qué transformaciones sufre el gráfico de la función cuadrática de la forma $y=a(x-b)^2+c$ al modificarse los valores de los parámetros *a, b* y *c*.



Es necesario que los alumnos trabajen con la representación gráfica de funciones Graphmatica, Derive, Geogebra y otros disponibles libremente en Internet

Polinomios

Teorema de Ruffini. Teorema de Gauss.

La enseñanza de los polinomios en el ciclo secundario tiene una larga tradición, aún hoy se pueden encontrar en antiguos textos largas listas de ejercicios en una y varias variables. En este nivel sólo trabajaremos el concepto de indeterminada en *una* variable y además de la operatoria elemental se priorizará la factorización de los mismos, no desde la mecanización de "casos de factoreo" sino apelando a los teoremas y propiedades, inclusive permitiendo que el alumno aproxime con cierto criterio o por método iterativo encuentre alguna raíz y luego divida para bajar el grado.

Puede integrarse el trabajo con polinomios con el Binomio de Newton que se desarrollará en el bloque de Probabilidad y Estadística.

[2] Modificaciones de la función cuadrátrica
http://demonstrations.wolfram.com/ModificacionesDeLaFuncionCuadratricaSpanish/

Probabilidad y estadística

Combinatoria

Binomio de Newton

Probabilidad

Espacio muestral. Sucesos incompatibles e independientes. Probabilidad condicional

Uso de calculadoras

La combinatoria consiste en contar sin enumerar con estrategias sencillas que llevan a generalizar situaciones más complejas a través de formas simples de razonar.

Se debe jerarquizar el construir estrategias de pensamiento por sobre la aplicación arbitraria de fórmulas. Tanto en el abordaje de los temas de combinatoria como en el estudio del Binomio de Newton es necesario el trabajo con los alumnos para arribar a generalizaciones partiendo de casos sencillos.

En la comunicación matemática la simbología propia del lenguaje y las definiciones precisas constituyen un fin a perseguir y construir cuidando que el lenguaje formalizado no sea un obstáculo para la comprensión de los conceptos. En otras palabras el lenguaje formal debe contribuir tanto a la claridad de la comunicación como a futuras construcciones teóricas. No debe ser una información más adquirida por el alumno de forma mecánica arbitraria y carente de significación.

Se profundizará en el cálculo combinatorio: permutaciones, variaciones y combinaciones.

Se retomará la diferenciación entre sucesos incompatibles e independientes así como el estudio de la probabilidad condicional

Ejemplo

Un grupo de 100 personas afectadas de cierta enfermedad es dividido en dos grupos para su tratamiento con dos medicamentos A y B.

R pacientes respondieron positivamente y N no respondieron positivamente.

	A	B	
R	30	40	70
N	10	20	30
	40	60	100

Al elegir al azar una persona ¿Cuál es la probabilidad **p** de que haya sido tratado con el remedio A y haya respondido positivamente?

A través de la tabla se ve que de los que recibieron el tratamiento A y respondieron positivamente son 30 entre los 70 que respondieron positivamente de acuerdo con lo que indica el valor marginal. Por lo que puede responderse que

P(A/ R)= $\frac{30}{70}$

Por fórmula:

P(A/ R) = $\frac{P(A) x P(B)}{P(R)} = \frac{\frac{30}{100}}{\frac{70}{100}} = \frac{30}{70}$

ORIENTACIONES DIDÀCTICAS

Resolución de problemas y formalización.

Existe una importante cantidad de bibliografía sobre las características que debe tener una actividad para constituirse en un problema para los alumnos. Desde este diseño curricular enfatizaremos algunas cuestiones.

- Un problema promueve el desarrollo de estrategias que favorecen una educación más autónoma, comprometida y participativa.
- Ser un problema no es una característica inherente a una actividad. Lo que constituye a cualquier propuesta en un problema es el vínculo que se establece entre el alumno y la tarea propuesta.
- Un problema es una situación que se le presenta al alumno para moverlo a la acción.
- Si el alumno reproduce un procedimiento enseñado anteriormente es un ejercicio o un problema de aplicación pero no es en ese sentido que decimos aprender a través de problemas. Frente a los problemas los alumnos ponen en juego diferentes tipos de saberes relacionados con los conceptos, los procedimientos y/o las actitudes.

La institucionalización de los conocimientos comienza con los alumnos en la legitimación de sus procesos por parte del docente quien junto con ellos, generaliza, enmarca en una teoría y descontextualiza el saber aprendido.

Clima de la clase y tratamiento del error

Todo docente desea que los alumnos se comprometan con su propio aprendizaje. Esto se logra cuando desarrollan tareas de las que deciden hacerse cargo. Largas exposiciones suelen contar con pocos seguidores en las clases de matemática, aun cuando la clase aparente lo contrario.

Aprender matemática a partir de exposiciones teóricas para luego resolver ejercicios y problemas no es educar matemáticamente a un alumno. Para que el alumno tome un rol activo en primer lugar es necesario generar un clima de confianza en su propia capacidad y de respeto por la producción grupal.

En algunas oportunidades resultará conveniente planificar la tarea en el aula de modo tal que luego de la propuesta de trabajo haya una primera instancia de trabajo individual. En esta etapa cada alumno prepara un aporte para el posterior trabajo grupal.

Dentro del grupo de trabajo cada integrante explicará su producción a los demás y entre todos construirán la forma de comunicarla con un registro adecuado para confrontar con las resoluciones de otros grupos. En ese momento es importante que el docente habilite la palabra de **todos** los integrantes.

Finalizada la puesta en común y la discusión de cada solución planteada, el docente establecerá el status matemático de las construcciones de los alumnos.

Los errores de los alumnos son indicadores del estado del saber y es el docente quien contribuirá para que avancen a partir de ellos. La superación de errores se logrará si los alumnos toman conciencia de ellos y se hacen cargo de su reparación en niveles crecientes de autonomía. Dar la respuesta correcta no es corregir un error, más aún debe estimularse al alumno para que elabore estrategias de control que le permitan decidir sobre la corrección de sus producciones.

Leer y escribir en Matemática

Comprender un texto supone dar significado a lo leído e incluirlo en el marco personal de significaciones previas, enriqueciéndolas. En matemática esta significación deberá ser correcta en términos de la ciencia y la cultura matemática. Palabras como “dependencia” o “semejanza” tienen en distintos contextos significados muy diferentes y en Matemática su definición es muy precisa. Es por este motivo que leer textos matemáticos es una actividad que debería estar presente en las clases.

Leer matemática significa -entre otras actividades- poder interpretar las cuestiones vinculadas al área que están presentes en textos de otras disciplinas, interpretando cómo se utilizan los modelos matemáticos para describir, analizar y predecir fenómenos de las ciencias naturales o sociales, procesos tecnológicos, o expresiones artísticas. Con este propósito será necesario proponer en las clases el análisis, comentario y discusión de textos propios de la ciencia así como textos de otras disciplinas donde el lenguaje matemático esté presente a través de gráficos, porcentajes o esquemas geométricos.

Las producciones matemáticas de sus propios compañeros constituyen un material muy rico sobre el cual los alumnos pueden iniciar la lectura de textos con el propósito de explicar, describir, argumentar, validar, dar precisión y complejizar la información.

Para promover el desarrollo de la capacidad lectora de los alumnos es esperable que en las clases los alumnos se enfrenten a una diversidad de textos que incluyan expresiones verbales, simbólicas, gráficas y trabajar en análisis de cada tipo de expresión favoreciendo el pasaje a otras expresiones propias o más complejas.
En el proceso de construcción de sentido de un lenguaje científico una paradoja que se debe transitar, por un lado los objetos matemáticos deberían preceder a su representación pero es a partir de esta representación que el objeto se conceptualiza a través de sus representaciones semióticas. Estas son necesarias para una comunicación más precisa y son imprescindibles para la construcción futura del concepto.
Será necesario para facilitar este proceso promover la producción y la lectura de textos que permitan ser representados por diversos lenguajes, desde el natural o coloquial hasta el simbólico teniendo en cuenta que esto no constituye una simple traducción sino que en estas relecturas las conceptualizaciones irán adquiriendo riqueza y precisión.

Uso de la calculadora

La calculadora y el software son herramientas al alcance de nuestros alumnos y de empleo cotidiano en nuestra sociedad. En el diseño curricular su uso está presente en todos los bloques, ya que permite mejores visualizaciones sobre las cuales se pueden elaborar conjeturas, prever propiedades y descartarlas o comprobarlas.
Desplaza la preocupación por la obtención de un resultado centrando la actividad en la construcción de conceptos y búsqueda de nuevas formas de resolución.
La calculadora, además de un potentísimo instrumento de cálculo, es motivadora, ya que despierta el interés de los alumnos en la búsqueda de regularidades o genera interrogantes como en el caso de obtener por multiplicación números más pequeños, contrariamente a lo esperado o intuido. Por otra parte, constituye un instrumento de control neutral ya que el alumno puede utilizarla para verificar sus estimaciones sin percibir reprobación ni crítica ante las respuestas equivocadas. Se hace imprescindible su uso en un momento que el cálculo algorítmico dio lugar a nuevas formas de pensar en la educación matemática. “Las nuevas tecnologías son herramientas demasiado

valiosas como para dejarlas fuera del aula. El imperativo es encontrar la conexión entre aquello que los jóvenes se sienten motivados a hacer y aquello que como educadores consideramos que tienen que aprender”.[3]

Orientaciones para la evaluación

La evaluación en Matemática Superior deberá entenderse como un proceso continuo que involucra todas las actividades que el docente propone a sus alumnos y que no está únicamente asociada a la calificación obtenida en evaluaciones escritas en las que se involucre solamente la memorización de enunciados o la aplicación mecánica de reglas.

En una prueba escrita, el alumno resuelve problemas, por eso en el momento de la corrección el docente deberá considerar, además de la correcta utilización de las herramientas matemáticas que involucre, la resolución del problema en su totalidad. Es decir, que una vez realizada la operatoria necesaria, el alumno sea capaz de contextualizar los resultados obtenidos para construir respuestas coherentes a la situación planteada, así como explicar y dar razón de los procedimientos elegidos para el abordaje de la misma haciendo uso de lenguaje matemático en sus diferentes variantes (coloquial, gráfico, simbólico) y produciendo un registro que permita comunicar todo esto de manera eficaz.

En estas condiciones, la evaluación es un proceso que brinda elementos a docentes y alumnos para conocer el estado de situación de la tarea que realizan juntos y como tal representa una oportunidad de diálogo entre ambos. Así, la devolución de las evaluaciones escritas, deberá realizarse previendo breves momentos de atención personalizada que complementen los comentarios que el docente pueda realizar en los exámenes cuando los corrige. A su vez, los resultados observados en la corrección permitirán al docente reorientar el proceso de enseñanza y planificar la tarea futura.

Es importante que los alumnos conozcan claramente qué es lo que se espera que logren en relación con el contenido que se está evaluando. Por lo general, la calificación final de una prueba solamente es reflejo de la distancia entre lo que se espera que logren y lo efectivamente logrado por ellos, pero en ocasiones es difícil para los alumnos darse cuenta de lo que el profesor considerará importante a la hora de corregir, por eso es indispensable que el docente explicite estas cuestiones aunque las considere triviales.

[3] Nicholas Burbules, doctor en Filosofía de la Educación de la Universidad de Stanford en portal.educ.ar/noticias/entrevistas/nicholas-burbules

Resulta idénticamente importante que se evalúe cuáles son sus progresos en relación con los conocimientos matemáticos evaluados y que se les informe sobre lo que se espera que mejoren en este sentido porque esto contribuye también con la construcción del "oficio de alumno de Matemática". Por esta razón resulta importante que el docente lleve registros personalizados de los progresos de todos sus alumnos y que considere la distancia entre las construcciones de los mismos y los saberes matemáticos como un ítem más, entre otros igualmente importantes, a la hora de calificar.

Cuando el docente califique a sus alumnos, además de ponderar el estado de situación de cada uno de ellos, deberá tener en cuenta también su propio proceso de enseñanza de la materia y contemplar la distancia entre lo planificado y lo efectivamente realizado.

BIBLIOGRAFÍA

Barbin, Evelyne y Douady, Regine (directores).*Enseñanza de las matemáticas: relación entre saberes, programas y práctica.* I.R.E.M. Paris Topics Editions. 1996

Batanero, Carmen y Godino, Juan, *Estocástica y su didáctica para maestros.* Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, 2002.

Batanero, Carmen y Godino, Juan, *Razonamiento combinatorio.* Madrid, Síntesis, 1994.

Berlinski, David*. Ascenso infinito. Breve historia de las matemáticas.* Buenos Aires. Debate. 2006***.***

Berté, Annie, *Matemática Dinámica.* Buenos Aires, A-Z Editora,1999.

Berté, Annie, *Matemática de EGB 3 al polimodal.* Buenos Aires, A-Z Editora, 1999.

Bishop, Alan J. *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural.* Buenos Aires. Paidós. 1999

Chevallard, Yves, *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires, Aique, 1997.

Chevallard, Yves; Bosch, Marianna; Gascón, Joseph, *Estudiar matemáticas*. *El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje.* Barcelona, ICE/ Horsori, 1997.

Corbalan, Fernando. *La matemática aplicada a la vida cotidiana.*Barcelona. Grao. 1998

D´Amore, Bruno. *Bases filosóficas, pedagógica, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática.* Mexico. Ed. Reverté. 2006

D´Amore, Bruno. *La complejidad de la noética en matemáticas como causa de la falta de devolución.* Bogotá.. Universidad Pedagógica Nacional. 2002

D´Amore, Bruno. *Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivísticas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución*. Barcelona. Revista Uno 35, pp 90-106 .2004

D´Amore, Bruno. *La didáctica de la Matemática a la vuelta del milenio: raíces, vínculos e intereses.* México. Revista Educación Matemática 12, pp 39-50. 2000

Del Valle de Rendo, Alicia y Vega Viviana, *Una escuela en y para la diversidad*. Buenos Aires, Aique. 2006.

Fischbein, Efraim, *The evolution with age of probabilistics, intuitively based misconceptions"* Journal of research in Mathematical Education, NCTM, 1997.

Fischbein Efraim; Vergnaud, Gérard, *Matematica a scuola: teorie ed esperienze*. Bologna, Pitagora Editrice, 1992.

de Guzmán, Miguel, *Aventuras matemáticas.* Madrid, Pirámide,1997.

Gvirtz, Silvina y Podestá, M. E. (comp), *Mejorar la escuela. Acerca de la gestión y la enseñanza.* Buenos Aires, Granica, 2004.

Imbernón, Francisco (coord), *La educación en el siglo XXI. Los ritos del futuro inmediato*. Barcelona, Graó, 2000.

Ghersi, Italo, *Matematica Dilettevole e curiosa.* Milano. Ulrico Hoeplie Edittore. 1978

Klimovski, Gregorio *Las desventuras del conocimiento científico. Una introducción a la epistemología.* Buenos Aires, AZ editora. 1994

Larson, Hostetler, Edwards, Cálculo I,México,McGraw-Hill,2006.

Litwin, Edith (comp), *Tecnología Educativa*. Buenos Aires, Paidós, 1995.

Medina Rivilla y Mata S., *Didáctica General*. Prentice may, Madrid, 2003.

Meirieu, Philippe, *La opción de educar*. Barcelona, Octaedro, 2001.

Nelsen, R. B. *Proofs Without Words II: More Exercises in Visual Thinking.* Washington, DC: Math. Assoc. Amer., 2001.

Odifreddi, Piergiorgio, *La Matemática del siglo XX. De los conjuntos a la complejidad.* Buenos Aires, Katz, 2006.

Ortega, Tomás, *Conexiones matemáticas. Motivación del alumnado y competencia matemática*. Barcelona, Grao, 2005.

Panizza, Mabel, *Razonar y conocer.* Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.

Parra, Cecilia y Saiz, Irma (comps.), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires, Paidós Educador,1994.

Plagia, Humberto; Bressan, Ana; Sadosky, Patricia, *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática.* Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.

Rancière, Jaques, *El maestro ignorante*. Barcelona, Laertes, 2003.

Revista Uno. Nº 11. *Evaluación en Matemática*. Barcelona, Graó, 1997.

Revista Uno. Nº 16. *La gestión de la clase de Matemática*. Barcelona, Graó, 1997.

Rico, Luis (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria.* Barcelona, ICE/ Horsori, 1997.

Sadosky, Patricia, *Enseñar Matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos. B*uenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.

Sessa, Carmen, *Iniciación al estudio didáctico del Algebra.* Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.

Vergnaud, Gèrard, *Aprendizajes y Didácticas: ¿Qué hay de nuevo?* Buenos Aires, Edicial, 1997.

Vergnaud, Gèrard, *Concetti e schemi in una teoría operatoria della representazione*,

Wolton, Dominique, *Internet y después*. Barcelona, Gedisa, 2000.

Páginas en internet

http://abc.gov.ar

http://www.sectormatematica.cl/articulos.

http://www.uncoma.edu.ar/.../clave/didáctica de_la_matematica/

http://dialnet.unirioja.es/servlet/autor?codigo=219055

http://www.unlu.edu.ar/~dcb/matemat/geometa1.

http://www.sectormatematica.cl/revistas.htm

http://www.campus-oei.org/oeivirt/edumat.htm

http://www.ugr.es/local/jgodino

http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/

http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/Herramientas/Recta/Recta.html

http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/MATEGENERAL/index.htm

http://www.educ.ar/educar/

http://www.recursosmatematicos.com/

http://www.edulab.ull.es/tecedu.

http://mathworld.wolfram.com/ProofwithoutWords.html

Gobernador
Sr. Daniel Scioli

Vicegobernador
Dr. Alberto Balestrini

Director General de Cultura y Educación
Prof. Mario Oporto

Vicepresidente 1° del Consejo General
de Cultura y Educación
Prof. Daniel Lauría

Subsecretario de Educación
Lic. Daniel Belinche

Director Provincial de Gestión Educativa
Prof. Jorge Ameal

Director Provincial de Educación de Gestión Privada
Lic. Néstor Ribet

Directora Provincial de Educación Secundaria
Mg. Claudia Bracchi