La genialidad es uno por ciento de inspiración y noventa y nueve por ciento de transpiración.

Thomas Alva Edison

CONTENIDOS

6 ENERGÍA MECÁNICA

La Mecánica newtoniana permitió a los científicos explicar gran cantidad de fenómenos naturales mediante los conceptos de aceleración y fuerza. Si se conocían las fuerzas actuantes sobre un cuerpo cualquiera, su masa y su velocidad en algún instante, era posible determinar las sucesivas posiciones y trayectorias descriptas por dicho cuerpo. Sin embargo, con el tiempo se hicieron notorias algunas de las limitaciones propias de esta manera de analizar el mundo físico. Por ejemplo, estudiar el comportamiento de los gases es imposible desde este punto de vista, puesto que sería necesario determinar las fuerzas y las velocidades de cada una de las partículas que los componen.

A principios del siglo XIX, como consecuencia de la Revolución Industrial, surgió una manera alternativa de interpretar los fenómenos naturales mediante la utilización del concepto de energía.

Entre quienes permitieron que este concepto se afianzara y se introdujera definitivamente en el ámbito científico, se destacan el médico Robert Mayer (1814-1878) quien propuso el principio de conservación; William Rankine (1820-1872), que introdujo la palabra "energía" a mediados de 1860; el cervecero James Prescott Joule (1818-1889), que realizó importantes experimentos en este campo; Hermann Helmholtz (1821-1894), un pionero en los estudios de la fisiología de los sentidos; el ingeniero James Watt (1736-1819) mediante sus máquinas de vapor, y el físico Clerk Maxwell (1831-1879) al establecer que la luz es una onda electromagnética. Sin embargo, seguramente el hecho clave que instaló este concepto entre la población mundial fue el lanzamiento de dos bombas atómicas sobre las ciudades japonesas de Hiroshima y Nagasaki durante la Segunda Guerra Mundial.

Actualmente, el concepto de energía es fundamental en las Ciencias Naturales. Todos los fenómenos y procesos naturales conocidos se analizan y explican mediante su aplicación, aunque es un concepto muy difícil de definir.

Cuando el viento impulsa al surfista por el agua, la energía en movimiento (energía cinética) afecta a la tabla, a la vela, al surfista, y al agua que es empujada a los lados de la tabla.

La palabra energía se asocia cotidianamente con la idea de vitalidad, fuerza o poder. Los diferentes significados que se asignan a este término dependen, en gran medida, del ámbito en que se lo utilice. Como primera aproximación al lenguaje empleado en Física, se puede caracterizar a la energía diciendo que por ella funcionan los vehículos y las maquinarias. Es energía lo que permite calentar o enfriar los objetos. La lluvia y el viento se producen debido a la energía proveniente del Sol. Está presente en los fenómenos biológicos, y sin ella no se podría producir la fotosíntesis. Toda actividad física también requiere energía. Aun sin definirla, es posible entender que la energía se manifiesta de diversas maneras.

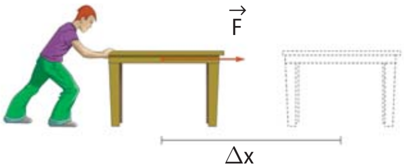
En todos los fenómenos mencionados se producen cambios y transformaciones. Por ello, puede decirse que una de las propiedades de la energía es la de transformarse y producir cambios. Algunos son visibles y otros no. Detrás de todo cambio en la naturaleza, está presente la energía.

Para estudiar el comportamiento de la naturaleza, es necesario realizar un recorte de la realidad. Esencialmente, un **sistema** es una porción del universo cuyos límites se eligen arbitrariamente para su estudio, y donde los elementos que lo constituyen están relacionados entre sí. La **energía** es, más específicamente, aquello que se necesita entregar o quitar a un sistema para producirle algún tipo de transformación.

Entre las múltiples formas en las que se puede manifestar la energía-calórica, luminosa, química, eléctrica, nuclear, sonora, etc.-, en este capítulo se hará referencia fundamentalmente a la energía mecánica, que está presente en los cuerpos en movimiento o bajo la acción de campos gravitacionales, y se tratarán las diferencias al intercambiar energía lenta o rápidamente, mediante la introducción del concepto de potencia, tan habitual en nuestra vida cotidiana.

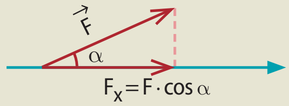
Se explica a **energía** como aquello que hay que entregar o quitar a un sistema para que se produzca una transformación. La energía puede manifestarse como calórica, luminosa, química, eléctrica, nuclear, sonora, mecánica, etc.

Trabajo mecánico

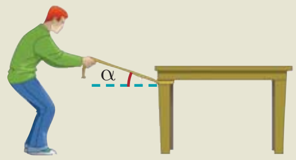


Habitualmente el concepto de trabajo hace referencia a actividades laborales o a situaciones en las que se realiza un esfuerzo físico o intelectual. En Física, este concepto es mucho más específico.

Fundamentalmente, el **trabajo mecánico** mide la transferencia de energía entre un cuerpo y el sistema que aplica la fuerza sobre él. Se realiza trabajo cuando se transfiere energía de un sistema a otro mediante la acción de fuerzas. Al empujar una mesa inicialmente en reposo, ejerciendo una fuerza paralela al suelo, el objeto se desplaza acelerándose en la dirección de dicha fuerza. El producto de la intensidad de la fuerza aplicada por el desplazamiento realizado durante su acción se conoce como trabajo mecánico o trabajo de una fuerza. Su valor indica la energía que le transfiere a la mesa quien la empuja.

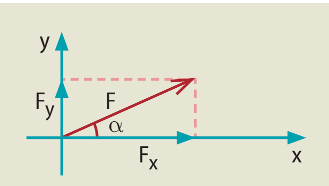


Si la misma fuerza se aplica por tracción, a través de una soga que forma un ángulo α con la dirección del desplazamiento, la aceleración de la mesa es menor, dado que la fuerza en el sentido del desplazamiento también lo es. En este caso, el trabajo mecánico se calcula mediante el producto de la proyección de la fuerza sobre la dirección del desplazamiento por el valor de éste.



Proyección de una fuerza

Toda fuerza puede descomponerse vectorialmente en dos direcciones según los ejes de coordenadas, siendo α el ángulo que forma la fuerza con el eje *x*.



Componente horizontal (componente sobre el eje *x*): $F_x = F \cdot \cos\alpha$.
Componente vertical (componente sobre el eje y): $F_y = F \cdot sen\,\alpha$

La expresión $|\vec{V}|$ indica el **módulo** del vector $\vec{V}$, es decir, desde el punto de vista matemático, la distancia entre el origen y el extremo del vector. Si el vector representa una magnitud física hay que multiplicar esa distancia por la escala respectiva.

Si se mantiene la misma intensidad de la fuerza aplicada, cuanto mayor sea el valor del ángulo, menor será la fuerza ejercida en la dirección del movimiento y, por ende, menor será el trabajo realizado por dicha fuerza. En el caso de que la fuerza se ejerza en forma perpendicular al movimiento, entonces no producirá una aceleración de la mesa a lo largo de su dirección de desplazamiento, y su trabajo mecánico será nulo.

En otras palabras, el trabajo mecánico W efectuado por una fuerza se define como el producto del módulo del desplazamiento (Δx) por la componente de la fuerza paralela a éste ($F \cdot \cos\alpha$). Su expresión matemática es:

$$W = |\vec{F}| \cdot |\vec{\Delta x}| \cdot \cos\alpha = F_x \cdot \Delta x$$

El trabajo mecánico es una magnitud escalar y su unidad en el SI es el joule (J). Un joule equivale al trabajo que produce una única fuerza de 1 N que se desplaza 1 m en el mismo sentido que dicha fuerza.

El trabajo de una única fuerza que actúa sobre un cuerpo puede ser positivo o negativo. Es positivo cuando dicha fuerza es ejercida en el sentido del desplazamiento. En este caso, la velocidad del objeto aumenta, por lo cual se lo conoce como trabajo **motor**. En cambio, es negativo cuando la fuerza es ejercida en el sentido contrario al desplazamiento. En este caso la velocidad del objeto disminuye y se lo conoce como trabajo **resistente**.

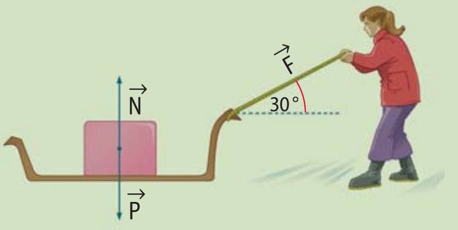
El trabajo es **nulo** cuando la fuerza es ejercida perpendicularmente al desplazamiento. Por ejemplo, si un turista se desplaza a velocidad constante llevando una valija en la mano, el trabajo sobre la valija es cero, porque su peso y la fuerza de sostén son perpendiculares al movimiento. Lo mismo sucede cuando un padre sostiene a su hijo en brazos. Aunque le produzca mucho cansancio, el trabajo sobre el niño es nulo.

Cuando sobre un cuerpo actúan varias fuerzas, el **trabajo mecánico total** o **trabajo resultante** se obtiene como la suma de los trabajos de cada una de las fuerzas por separado, es decir que:

$$W_R = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} + \ldots$$

Aplicaciones del concepto de trabajo mecánico

Una joven arrastra sobre el hielo un trineo cargado con una masa de 40 kg. Ejerce una fuerza de 70 N, mediante una soga que forma un ángulo de 30º con la horizontal. Calculen el valor del trabajo mecánico total sobre el trineo al desplazarlo 10 m sobre una superficie horizontal, suponiendo que el rozamiento es despreciable.



Sobre el trineo actúan tres fuerzas: la fuerza $\vec{F}$ de 70 N, ejercida por la joven, el peso P del trineo cargado, y la fuerza normal, N, ejercida por el suelo.

Por lo tanto:

$$W_R = W_F + W_P + W_N$$

Es necesario calcular, entonces, el trabajo mecánico de cada fuerza por separado. El trabajo de la fuerza $\vec{F}$ sobre el trineo es:

$$W_F = |\vec{F}| \cdot |\vec{\Delta x}| \cdot \cos \alpha_F = 70\ \text{N} \cdot 10\ \text{m} \cdot \cos 30° = 606{,}22\ \text{J}$$

Es decir que la joven suministró al trineo energía por valor de 606,22 J.

El peso del trineo más su carga es: $P = m \cdot g = 40\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 392\ \text{N}$.

El trabajo del peso del trineo es:

$$W_P = |\vec{P}| \cdot |\vec{\Delta x}| \cdot \cos \alpha_P = 392\ \text{N} \cdot 10\ \text{m} \cdot \cos 270° = 0\ \text{J}$$

Dado que el trineo está en equilibrio en la dirección vertical, el módulo de la fuerza normal coincide, en este caso, con el del peso del trineo. El trabajo de esta fuerza es entonces:

$$W_N = |\vec{N}| \cdot |\vec{\Delta x}| \cdot \cos \alpha_N = 392\ \text{N} \cdot 10\ \text{m} \cdot \cos 90° = 0\ \text{J}$$

Finalmente, el trabajo resultante se obtiene como:

$$W_R = W_F + W_P + W_N = 606{,}22\ \text{J}$$

El trabajo mecánico obtenido es mayor que cero, lo cual indica que sobre el trineo actúa un trabajo motor. Éste es debido a la acción de la proyección de la fuerza $\vec{F}$ sobre la dirección horizontal y significa que la joven entregó energía al trineo.

El trabajo total también podría haberse obtenido calculando primero la fuerza resultante en la dirección de desplazamiento (en este caso horizontal). Desde este punto de vista, el valor de R_x es:

$$R_x = F_x + P_x + N_x = F \cdot \cos \alpha + 0\ \text{N} + 0\ \text{N} = 60{,}62\ \text{N}$$

Y el trabajo resultante es entonces:

$$W_{Rx} = |\vec{R_x}| \cdot |\vec{\Delta x}| \cdot \cos \alpha_{Rx} = 60{,}62\ \text{N} \cdot 10\ \text{m} = 606{,}22\ \text{J}$$

ACTIVIDADES

1. Una persona arrastra una caja de 30 kg por un suelo horizontal, aplicando una fuerza constante de 120 N paralelamente al suelo. Si la fuerza de fricción entre el piso y la caja es de 25 N, determinen, en cada caso, el trabajo mecánico realizado de:

a. cada fuerza sobre el cuerpo;

b. la fuerza resultante.

2. Un fletero empuja una caja de 20 kg ejerciendo una fuerza de 80 N por un plano inclinado de 3 m de longitud y rozamiento despreciable. Si el ángulo entre el plano y el suelo es de 40 º, determinen el trabajo mecánico realizado por el fletero si la fuerza que ejerce es:

a. paralela a la superficie del plano inclinado;

b. paralela al suelo.

3. Un hombre empuja una caja de 160 N de peso, inicialmente en reposo, mediante una fuerza F de 50 N a lo largo de una distancia de 10 m. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre el cajón y el suelo es de 0,2, calculen el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento sobre dicho cuerpo.

El concepto de energía

Un kilojoule (kJ) equivale a 1000 J. Es decir,

1 kJ = 1000 J

Si un sistema físico posee una determinada cantidad de energía, entonces con ella se tiene la posibilidad de producir cambios. Específicamente, se puede producir un trabajo mecánico. Un hombre puede acelerar un carro a lo largo de una distancia a expensas de la energía que contiene en sus músculos. Una ola puede desplazar un bote por la energía que contiene. El movimiento sísmico producido por un terremoto puede causar graves daños por la energía contenida en el interior de la Tierra. Por ello, en el siglo XIX Maxwell formuló la siguiente definición: *La energía es la capacidad de un sistema para realizar trabajo.*

Esta definición es muy útil y sencilla. Sin embargo, es algo inexacta. Sadi Carnot, joven ingeniero militar francés, encontró que era imposible diseñar un motor de vapor que convirtiese todo el calor en trabajo. Es decir, siempre algo de energía se vuelve inutilizable. El calor no puede ser transformado en un 100 % en trabajo útil, y, por lo tanto, la energía se degrada, como se verá en el próximo capítulo.

Dada esta relación entre los conceptos de trabajo mecánico y energía, ambos se miden en las mismas unidades. Entonces, en el SI, la unidad de medida de la energía es el joule (J).

Lord Kelvin, hace poco más de 100 años, fue quien llamó por primera vez **energía cinética** a la energía de movimiento. Este es el término que seguimos utilizando actualmente.

Energía cinética

Una roca lanzada velozmente puede romper un vidrio, una flecha puede perforar un blanco, o un auto que se desplaza puede derribar un poste al chocar contra él. En otras palabras, todo cuerpo en movimiento posee energía porque tiene la capacidad de realizar trabajo mecánico.

Se denomina **energía cinética** (*Ec*) a la energía que tienen los cuerpos que se encuentran en movimiento. Formalmente, la energía cinética de traslación se calcula como:

$$Ec = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

donde *m* es la masa del cuerpo y *v* su rapidez.

Aplicaciones del concepto de energía cinética

1. Un automóvil cuya masa es de 1000 kg se desplaza con una rapidez de 15 m/s. ¿Cuál es su energía cinética?

Para calcular la energía cinética es posible utilizar la fórmula anterior; en ese caso se obtiene:

$$Ec = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{1000\ \text{kg} \cdot (15\ \text{m/s})^2}{2} = 112\ 500\ \text{J} = 112{,}5\ \text{kJ}$$

2. Un cuerpo de masa *m* se desplaza con una rapidez *v*. ¿Qué ocurre con su energía cinética si se duplica su rapidez?

La energía cinética de este cuerpo es de: $Ec = \frac{m \cdot v^2}{2}$. Si se duplica su rapidez se obtiene una energía cinética de:

$$Ec_1 = \frac{m \cdot v_1^2}{2} = \frac{m \cdot (2 \cdot v)^2}{2} = \frac{m \cdot 4 \cdot v^2}{2} = 4 \cdot \frac{m \cdot v^2}{2} = 4 \cdot Ec$$

Por lo tanto, la energía cinética de un cuerpo se cuadriplica cuando la rapidez se duplica.

ACTIVIDADES

4. Un adulto de 70 kg camina a una rapidez de 1,3 m/s.

a. ¿Cuál es su energía cinética?

b. ¿Cuál sería su rapidez si su energía cinética se duplicara?

5. Un cuerpo que se desplaza horizontalmente tiene una energía cinética de 100 J. Si su masa es de 12 kg, ¿cuál es su rapidez?

6. ¿Cuál es la masa de un cuerpo que se desplaza a 5 m/s si su energía cinética es de 300 J?

Relación entre trabajo y energía cinética

Cuando se aplica una fuerza neta sobre un cuerpo, varía el valor de su velocidad, acelerándose, y por ende, también varía su energía cinética. La fuerza resultante realiza trabajo mecánico mientras actúa a lo largo del desplazamiento, cuyo valor es igual a la variación de la energía cinética de dicho cuerpo. La relación entre el trabajo mecánico y la energía cinética se conoce como el **Teorema de trabajo y energía cinética** antiguamente llamado **Teorema de las fuerzas vivas**, que dice:

El trabajo mecánico de la fuerza resultante de todas la fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual a la variación de la energía cinética experimentada por dicho cuerpo.

Simbólicamente:

$$W_R = \Delta Ec = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$$

donde W_R representa el trabajo mecánico de la fuerza resultante, ΔEc la variación de la energía cinética de un cuerpo, m su masa, v la rapidez final del cuerpo, y v_0 su rapidez inicial.

En otras palabras, el trabajo mecánico de la fuerza resultante de todas las que actúan sobre un cuerpo permite variar su energía cinética. Realizar trabajo mecánico neto implica adquirir o ceder energía de movimiento. Por ejemplo, para mover un armario inicialmente en reposo, es necesario aplicar una fuerza a lo largo de una cierta distancia. El trabajo mecánico de la fuerza resultante se manifiesta al variar la energía cinética del armario.

Para que un cuerpo inicialmente en reposo alcance una determinada velocidad de desplazamiento, es necesario que se realice un trabajo sobre él. Un valor determinado de velocidad se puede obtener aplicando una fuerza de gran intensidad (en la dirección del movimiento) a lo largo de una corta distancia, pero también mediante una fuerza de menor intensidad a lo largo de una distancia mayor, de tal manera que, en ambos casos, el producto de la fuerza por la distancia (o sea, el trabajo mecánico) sea el mismo.

Leibniz fue el creador del término "Dinámica" utilizado actualmente para distinguir la rama de la Física que estudia las causas de los movimientos. También fue quien llamó *vis viva* o **fuerza viva** al producto no direccional $m \cdot v^2$, posteriormente denominado **energía cinética** por Thomas Young.

ACTIVIDADES

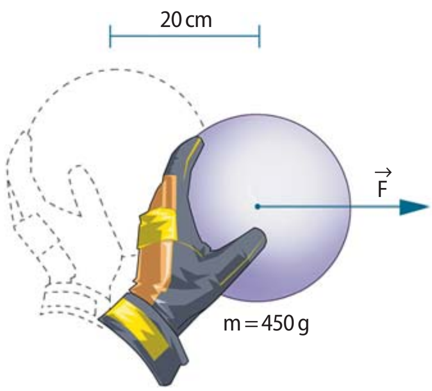
7. ¿Cuál es el valor del trabajo mecánico necesario para acelerar un automóvil de 1000 kg desde el reposo hasta 25 m/s?

8. ¿Cuánto trabajo es necesario realizar para frenar el auto del problema anterior si se desplaza a una rapidez de 80 km/h?

9. Un cuerpo de 2 kg, inicialmente en reposo, se desplaza bajo la acción de una fuerza que realiza un trabajo de 9 J. ¿Cuál es el valor de la velocidad final de dicho cuerpo?

Aplicaciones del teorema del trabajo y la energía cinética

Una pelota de fútbol, cuya masa es de 450 g, se desplaza horizontalmente a una rapidez de 18 m/s. Si al impactar sobre los guantes del arquero los mueve hacia atrás una distancia de 20 cm hasta detenerse, ¿cuál es la intensidad de la fuerza ejercida por el deportista sobre la pelota, suponiendo que ésta sea constante?



Se sabe que $W_R = W_P + W_F = \Delta Ec$ y que el peso actúa perpendicularmente a la trayectoria, por lo tanto $W_P = 0$ J, y entonces:

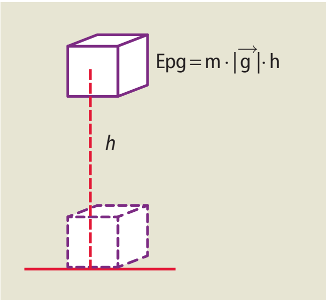
$$W_R = F \cdot \Delta x \cdot \cos 180° = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$$

Con lo cual, si se despeja F y se usa que la velocidad final de la pelota es de 0 m/s se obtiene:

$$F = \frac{\frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{m \cdot v_0^2}{2}}{\Delta x \cdot \cos 180°} = 0\,J - \frac{\frac{0{,}45\ kg \cdot (18\ m/s)^2}{2}}{0{,}20\ m \cdot (-1)} = 364{,}5\ kg\ m/s^2 = 364{,}5\ N$$

Luego, la intensidad de la fuerza ejercida por el deportista fue de 364,5 N.

Energía potencial gravitatoria



Todo cuerpo ubicado a una altura determinada sobre la superficie terrestre posee una cierta cantidad de energía, dado que al caer puede realizar trabajo mecánico. Este trabajo se manifiesta si el cuerpo hace un hoyo en el suelo o aplasta un objeto que se encuentre sobre él.

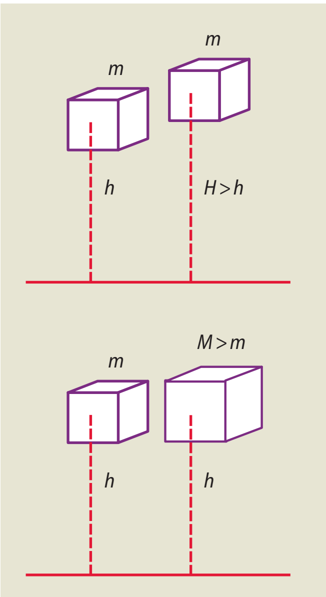
Se denomina **energía potencial,** E_p, a la energía que tiene un cuerpo debido a su posición. Si el cuerpo se encuentra a una altura próxima a la superficie terrestre, recibe el nombre de **energía potencial gravitatoria,** Epg.

Estrictamente, la energía potencial gravitatoria es la energía que posee todo cuerpo que se halla en una cierta posición en un campo gravitatorio, con respecto a un valor cero tomado arbitrariamente como referencia. Cuando el cuerpo se encuentra cerca de la Tierra o de otro cuerpo celeste, el campo gravitatorio se puede considerar de intensidad constante En esos casos la Epg se calcula como:

$$Epg = m \cdot |\vec{g}| \cdot h$$

donde $|\vec{g}|$ es el módulo de la aceleración gravitatoria, m la masa del cuerpo y h la altura a la que se encuentra con respecto al cero de referencia elegido.

Trabajo y energía potencial gravitatoria



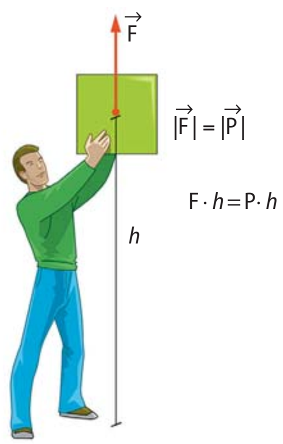
En muchos casos, es práctico tomar la superficie terrestre como nivel cero, aunque esta elección dependerá del tipo de problema que se pretenda resolver.

Si dos cuerpos se encuentran a la misma altura, el de mayor masa tendrá mayor energía potencial gravitatoria. Si, en cambio, los dos tienen la misma masa, entonces el que posea mayor energía potencial gravitatoria será el que se encuentre a una altura mayor.

Llevar un cuerpo a una posición elevada requiere realizar un trabajo contra la gravedad. En este caso, el trabajo mecánico para elevarlo a velocidad constante es igual al producto de la fuerza necesaria para equilibrar el peso, por el desplazamiento vertical o altura alcanzada. Es decir:

$$W = F \cdot \Delta y \qquad (1)$$

donde W es el trabajo mecánico, F la fuerza necesaria y Δy el desplazamiento vertical.



El módulo de la fuerza F es igual al del peso, es decir, F = P. Además, el peso de un cuerpo se puede expresar como el producto de su masa por la aceleración de la gravedad en el lugar, o sea, $P = m \cdot |\vec{g}|$. Por otro lado, el desplazamiento vertical corresponde a la variación de altura del cuerpo, $\Delta y = h$. Luego la expresión (1) queda: $W = m \cdot |\vec{g}| \cdot h$.

Es decir, el peso de un cuerpo a una altura h tiene la capacidad de realizar un trabajo $m \cdot |\vec{g}| \cdot h$ al dejarlo caer, que coincide con el valor de su energía potencial gravitatoria a dicha altura. En consecuencia:

$$Epg = m \cdot |\vec{g}| \cdot h$$

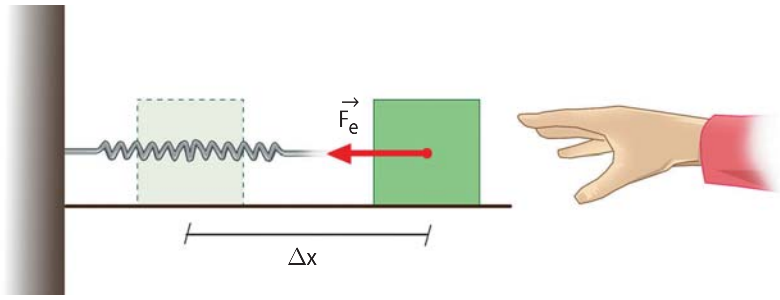
donde h está medida con respecto a la superficie terrestre.

En general, el trabajo ejercido por la fuerza peso entre dos puntos A y B próximos a la superficie terrestre, cuyas alturas son respectivamente h_A y h_B, es igual a la diferencia de la energía potencial gravitatoria entre A y B. Simbólicamente:

$$W^P_{AB} = Epg_A - Epg_B$$

Energía potencial elástica

Todo elemento elástico, como por ejemplo un resorte, posee energía en forma de **energía potencial elástica** (*Epe*) cuando se lo estira o se lo comprime. Al soltarlo, este tiende a regresar a su posición de equilibrio. La fuerza elástica tiene la capacidad de realizar trabajo mecánico durante su desplazamiento, que se manifiesta transfiriendo la energía del resorte a un cuerpo unido a él. Esta energía potencial elástica se expresa matemáticamente como:



$$Epe = \frac{k \cdot (\Delta x)^2}{2}$$

donde *Epe* es la energía potencial elástica, *k* es la constante elástica del resorte y Δx es su elongación.

Cuanto mayor sea la elongación del resorte, mayor será la energía potencial elástica que adquiera. Un resorte que se estira una distancia *d* tiene la misma energía potencial elástica que si se comprimiera la misma distancia.

Un resorte cuya elongación es nula no posee energía potencial elástica dado que, en este caso, no existe fuerza elástica que pueda realizar trabajo mecánico. Además, cuanto mayor es el valor de la constante elástica del resorte, mayor es la energía que almacena, considerando que la elongación se mantiene constante.

Se llama **elongación** de un resorte a la longitud de estiramiento o de acortamiento desde su posición normal de equilibrio.

Como se analizó en el capítulo 3, página 50, la intensidad de la fuerza elástica se expresa matemáticamente como:

$$F_e = k \cdot \Delta x$$

Trabajo y energía potencial elástica

El trabajo mecánico entre dos puntos, A y B, que realiza la fuerza elástica ejercida por un resorte sobre un cuerpo es igual a la diferencia entre la energía potencial elástica entre dichos puntos.

$$W^{Fe}_{AB} = Epe_A - Epe_B$$

Aplicaciones del concepto de energía potencial elástica

Un cuerpo empuja un resorte comprimiéndolo 5 cm cuando se le aplica una fuerza de 20 N. ¿Cuál es la energía potencial elástica en esa posición del resorte?

Para determinar la energía potencial elástica, primero es necesario determinar la constante elástica del resorte. De la ecuación de la fuerza elástica se obtiene que:

$$k = \frac{F_e}{\Delta x} = \frac{20\ \text{N}}{5\ \text{cm}} = 4\ \text{N/cm} = 400\ \text{N/m}$$

Por lo tanto, el valor de la energía potencial elástica en esa posición es:

$$Epe = \frac{k \cdot (\Delta x)^2}{2} = \frac{400\ \text{N/m} \cdot (0{,}05\ \text{m})^2}{2} = 0{,}50\ \text{J}$$

ACTIVIDADES

10. ¿Cuál es la energía potencial gravitatoria que posee un cuerpo de 3 kg si se encuentra a 10 m sobre el suelo terrestre?

11. ¿Cuál es el trabajo mecánico necesario para elevar una pesa de 2 kg desde una altura de 60 cm hasta 1,50 m durante un ejercicio de fortalecimiento del bíceps braquial?

12. Un astronauta toma una roca de 5 kg y la levanta hasta una altura de 1 m. Si el trabajo requerido para ello es de18,55 J, ¿en qué planeta se encuentra? ¿Por qué?

13. Un cuerpo empuja un resorte y lo comprime 10 cm cuando aplica una fuerza de 10 N. ¿Cuál es la energía potencial elástica en la posición del resorte?

Energía mecánica

La **energía mecánica**, E*m*, de un cuerpo es igual a la suma de sus energías cinética, potencial gravitatoria y potencial elástica. Por lo tanto, la expresión matemática que representa a la energía mecánica de un cuerpo en un punto arbitrario A es: $Em_A = Ec_A + Epg_A + Epe_A$. Entonces:

$$Em_A = \frac{m \cdot v_A^{\ 2}}{2} + m \cdot |\vec{g}| \cdot h_A + \frac{k \cdot (\Delta x_A)^{\ 2}}{2}$$

donde v_A es la rapidez del cuerpo en el punto A, h_A su altura en dicho punto con respecto al cero de referencia, y Δx_A es la elongación del resorte en el punto A.

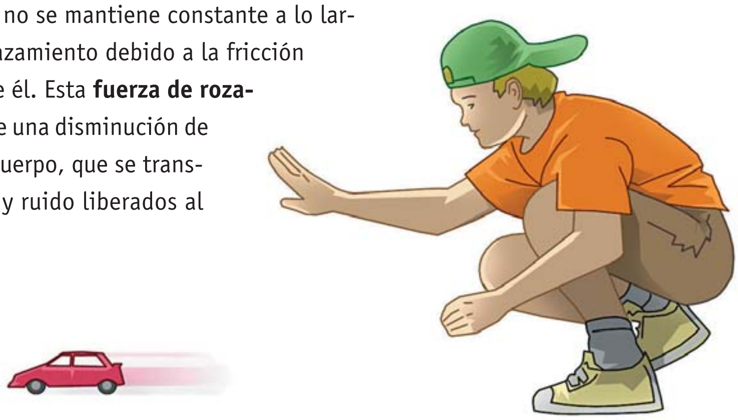
Fuerzas conservativas y no conservativas

Las **fuerzas conservativas** son aquellas que al actuar sobre los cuerpos en determinadas circunstancias mantienen constante su energía mecánica. Si sobre un cuerpo actúan solamente fuerzas conservativas, entonces su cantidad de energía mecánica se conserva, es decir que se mantiene constante en todo punto de la trayectoria que describe.

El trabajo realizado por estas fuerzas presenta la característica particular de depender de las posiciones inicial y final del cuerpo, pero no de la trayectoria que éste haya seguido para ir de uno a otro. Entre las fuerzas conservativas se encuentran la fuerza peso y la fuerza elástica.

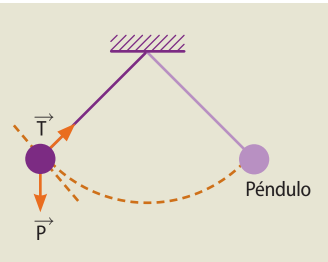
Las **fuerzas no conservativas**, en cambio, son aquellas que no conservan la energía mecánica del cuerpo. El trabajo mecánico realizado por estas fuerzas, entre dos puntos cualesquiera, depende de la trayectoria seguida. Cuando sobre un cuerpo actúa una fuerza no conservativa, entonces su energía mecánica no se mantiene constante, sino que varía entre un punto y otro de su trayectoria mientras ésta actúa. La fuerza no conservativa más característica es la fuerza de rozamiento.

Por ejemplo, un autito de juguete que se desplaza con una cierta velocidad sobre el suelo, finalmente terminará deteniéndose. Su energía cinética inicial no se mantiene constante a lo largo de su desplazamiento debido a la fricción que actúa sobre él. Esta **fuerza de rozamiento** produce una disminución de la energía del cuerpo, que se transforma en calor y ruido liberados al medio externo.



Las fuerzas no conservativas no solo generan una disminución en la energía de un cuerpo; también pueden producir un aumento. Es el caso de una **fuerza motriz**, como la ejercida por un músculo al levantar un objeto inicialmente en reposo, o por el motor eléctrico de una bomba de agua para elevar el líquido desde el suelo al techo. En estos ejemplos, el trabajo ejercido por la fuerza entrega energía al cuerpo.

El **centro de masa** (CM) de un cuerpo, explicado en la página 25 del capitulo 2, es el punto alrededor del cual se distribuye toda la masa de dicho cuerpo.



En ausencia de rozamiento, un péndulo que oscila libremente alcanzaría siempre la misma altura, dado que la tensión del hilo no realiza trabajo por ser perpendicular a la dirección del movimiento en cada punto; y el peso no produce una variación de la energía mecánica por ser una fuerza conservativa.

ACTIVIDADES

14. ¿Cuál es la energía mecánica que posee un atleta durante un salto en largo, en el instante en el que su centro de masa se encuentra a 1,50 m de altura y su rapidez es de 5 m/s?

15. ¿Cuál es la energía mecánica de una pelota de 500 g lanzada verticalmente hacia arriba, cuando alcanza una altura máxima de 6 m?

Principio de Conservación de la Energía Mecánica

El Principio de Conservación de la Energía es el principio básico y fundamental de todas las Ciencias Naturales y, en particular, de la Física. Éste sostiene que si un subsistema ha perdido energía, es que otro u otros subsistemas han ganado la misma cantidad, de forma tal que la cantidad de energía total permanece invariable. En otras palabras, la energía se transforma, pero no se crea ni se destruye.

En el caso de la energía mecánica, (E*m*) el principio afirma que:

La energía mecánica de un sistema aislado en el que solamente actúan fuerzas conservativas permanece constante.

En este tipo de análisis se considera, por ejemplo, que no hay rozamiento o que es despreciable a efectos prácticos, de modo que ninguna fracción se transforma en calor o ruido, asociados a formas no mecánicas en las que se manifiesta la energía. La expresión matemática de este principio, entre dos puntos diferentes cualesquiera (uno considerado inicial y el otro final), es:

$$Em_o = Em_f$$

Dado que la energía mecánica es la suma de la energía cinética y potencial, la expresión puede rescribirse como:

$$Ec_o + Epg_o + Epe_o = Ec_f + Epg_f + Epe_f$$

donde *Ec* es la energía cinética, E*pg* es la energía potencial gravitatoria, y E*pe* es la energía potencial elástica del sistema.

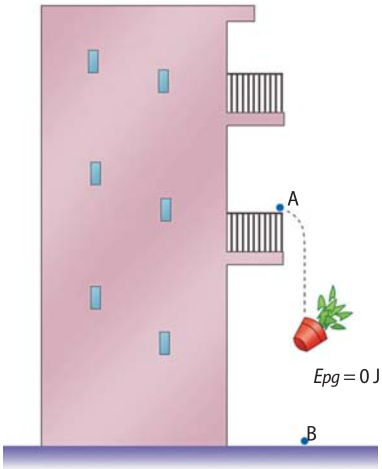
Aunque la energía mecánica sea igual al principio y al final de una transformación, esto no significa que suceda lo mismo con la energía cinética. Tampoco la energía potencial gravitatoria o la elástica son necesariamente constantes. La fórmula solo indica que la suma de estas formas de energía se mantiene invariante.

Por ejemplo, cuando se arroja una moneda verticalmente hacia arriba, inicialmente toda su energía se encuentra en forma de energía cinética. Ésta disminuye gradualmente durante su ascenso y aumenta su energía potencial gravitatoria, pero la suma de la energía cinética y la potencial gravitatoria es siempre la misma en todo instante a lo largo de su trayectoria. En el punto más alto, la energía cinética de la moneda es nula, ya que se detiene durante ese instante, y la energía potencial gravitatoria alcanza su máximo valor, que coincide con el de la energía cinética inicial, siempre que se considere despreciable el rozamiento con el aire.

Si se desprecia el rozamiento, y la moneda parte de la mano de la persona con una energía cinética inicial de 10 J, su energía potencial gravitatoria es nula con respecto a la mano y, por ende, la cantidad de energía mecánica es de 10 J. A la mitad de su trayectoria de ascenso, su energía cinética es de 5 J y su energía potencial gravitatoria también es de 5 J. Justo en el instante en el que alcanza la máxima altura, su energía cinética es cero y su energía potencial gravitatoria es de 10 J; el valor de la energía mecánica se mantiene constante a lo largo de toda la trayectoria.

Un **sistema aislado** es aquel en el que no existe intercambio de energía ni de materia con el exterior u otro sistema.

El resultado de este ejercicio concuerda perfectamente con el hecho analizado en la página 26 del capítulo 2 con respecto a la caída libre que sostenía que todo cuerpo soltado al mismo tiempo y desde la misma altura, cae con la misma rapidez, independientemente de su masa.



$Ec_A = 0$ J

$Em_A = Em_B \Rightarrow Epg_A = Ec_B$

Para conocer el valor de la energía mecánica, es necesario conocer el valor de la masa del cuerpo. Si bien una maceta de 3 kg llega con la misma rapidez que otra de 1 kg, la primera presenta una energía igual al triple de la segunda.

ACTIVIDADES

16. ¿Cuál es la altura que puede alcanzar un atleta que realiza un salto con garrocha si su rapidez de despegue es de 8 m/s?

17. ¿Con qué rapidez llegará un objeto al suelo si se lo deja caer desde una altura de 5 m?

18. ¿Desde qué altura se dejó caer un objeto si llegó al suelo con una rapidez de 7 m/s?

Aplicaciones del principio de conservación de la energía mecánica

1. Una maceta mal ubicada sobre la baranda de un balcón cae desde una altura de 9 m hasta la vereda. Despreciando el rozamiento con el aire, ¿con qué rapidez llega al suelo? ¿Es necesario conocer el valor de la masa de la maceta? ¿Por qué?

Despreciando el rozamiento con el aire, la maceta no intercambia energía (en forma de calor) con el medio exterior, y por lo tanto su energía mecánica total puede considerarse constante a lo largo de la caída. La energía mecánica inicial a la altura del balcón (punto A de la ilustración) es igual a la energía en cada punto de su caída, y en particular la que posee en el instante en el que llega al suelo (punto B de la ilustración). En este caso: $Em_{balcón} = Em_{suelo}$, es decir que: $Em_A = Em_B$ y por lo tanto, $Ec_A + Epg_A = Ec_B + Epg_B$. O sea que:

$$\frac{m \cdot v_A{}^2}{2} + m \cdot |\vec{g}| \cdot h_A = \frac{m \cdot v_B{}^2}{2} + m \cdot |\vec{g}| \cdot h_B$$

Sacando la masa como factor común a cada lado de la igualdad, y luego simplificándola se llega a:

$$\frac{v_A{}^2}{2} + |\vec{g}| \cdot h_A = \frac{v_B{}^2}{2} + |\vec{g}| \cdot h_B \Rightarrow \frac{(0 \text{ m/s})^2}{2} + 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 9 \text{ m} = \frac{v_B{}^2}{2} + 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 0 \text{ m}$$

Por lo tanto:

$$9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 9 \text{ m} = \frac{v_B{}^2}{2} \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 9 \text{ m}} = 13{,}28 \text{ m/s}.$$

Es decir que la maceta llega al suelo con una rapidez de 13,28 m/s.

Para el cálculo no fue necesario conocer el valor de la masa de la maceta. Esto expresa que la rapidez alcanzada por este cuerpo es la misma que alcanzaría cualquier otro que cayera desde la misma altura, independientemente de su masa.

2. Determinen cuál es el valor de la velocidad que necesita un saltador de garrocha para pasar sobre una barra ubicada a 4,80 m de altura, suponiendo que el centro de gravedad del atleta está inicialmente a 1 m sobre el suelo.

Si se desprecia el rozamiento con el aire, se tiene que: $Em_A = Em_B$. Por lo tanto: $Ec_A + Epg_A = Ec_B + Epg_B$, con lo cual:

$$m \cdot \frac{v_A{}^2}{2} + m \cdot |\vec{g}| \cdot h_A = m \cdot \frac{v_B{}^2}{2} + m \cdot |\vec{g}| \cdot h_B \Rightarrow \frac{v_A{}^2}{2} + |\vec{g}| \cdot h_A = \frac{v_B{}^2}{2} + |\vec{g}| \cdot h_B$$

Si se reemplaza por los valores numéricos se obtiene que:

$$\frac{v_A{}^2}{2} + 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 1\text{m} = \frac{0 \text{ m/s}^2}{2} + 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 4{,}8 \text{ m}$$

Entonces:

$$\frac{v_A{}^2}{2} = 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 4{,}8\text{m} - 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m} \Rightarrow v_A{}^2 = 37{,}24 \text{ m}^2/\text{s}^2 \cdot 2$$

De donde:

$$v_A = 8{,}63 \text{ m/s}$$

La velocidad inicial del atleta debe ser superior a 8,63 m/s para alcanzar una altura superior a la barra, y de esta manera pasar sobre ella. En realidad, para un cálculo más preciso sería necesario tener en cuenta también la energía elástica que almacena la garrocha.

Energía potencial en campos gravitatorios no uniformes

Anteriormente se vio que la energía potencial gravitatoria de un cuerpo cercano a la superficie terrestre se puede calcular mediante la ecuación $Epg = m \cdot |\vec{g}| \cdot h$.

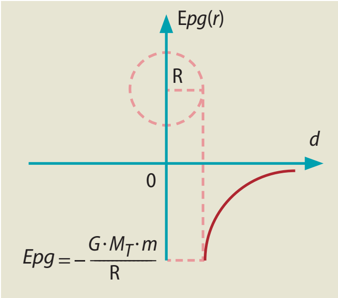
Esta ecuación es válida siempre que la aceleración gravitatoria pueda considerarse prácticamente constante, como por ejemplo cerca de la superficie de la Tierra. Incluso, puede generalizarse a cualquier otro planeta en la proximidad de su superficie. Sin embargo, el valor de la energía potencial disminuye considerablemente al aumentar la distancia desde la Tierra. Por lo tanto, la ecuación anterior ya no la expresa correctamente a medida que el cuerpo se aleja de las inmediaciones de la superficie de nuestro planeta. De allí la necesidad de encontrar una expresión más general de la energía potencial gravitatoria, de manera que pueda calcularse su valor incluso cuando el campo gravitacional no sea uniforme. El valor de la energía potencial gravitatoria puede obtenerse entonces mediante la ecuación:

$$Epg = -\frac{G \cdot M \cdot m}{d}$$

donde G es la constante de gravitación universal, M la masa del planeta, *m* la masa del cuerpo y *d* la distancia entre sus respectivos centros.

El signo negativo expresa que se tiene que realizar trabajo contra las fuerzas gravitatorias para alejar un cuerpo de la superficie terrestre o de la de otro cuerpo celeste.

De esta ecuación se deduce que cuanto mayor sea la distancia *d*, menor será el valor absoluto de la energía potencial gravitatoria. Por lo tanto, la referencia cero de la energía potencial gravitatoria se considera cuando la distancia del cuerpo es infinitamente grande con respecto al centro de la Tierra. En otras palabras, la energía potencial gravitatoria tiende a cero cuando la distancia tiende a infinito. En este caso, la expresión matemática es:

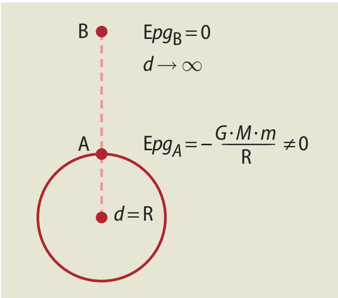


$$Epg = -\frac{G \cdot M \cdot m}{d} \xrightarrow[d \to \infty]{} 0$$

Ésta es una diferencia con respecto a la ecuación de la energía potencial gravitatoria para campos gravitatorios uniformes, en la que el cero se toma generalmente sobre la superficie del planeta.

Además, dado que un cuerpo tiene mayor cantidad de energía potencial gravitatoria cuanto más alejado se encuentre del centro de la Tierra, entonces, a medida que la distancia es mayor, el valor de *Epg* se va acercando a cero. Por ello, los valores intermedios se consideran negativos (menores que cero) y la ecuación lleva el signo negativo.

Una diferencia importante entre las ecuaciones de energía potencial gravitatoria para campos uniformes y para campos no uniformes es que mientras que en el primer caso la relación entre distancia y energía del cuerpo es lineal, en el segundo caso no lo es. En un campo uniforme, a medida que aumenta la distancia entre un cuerpo y el planeta, también crece proporcionalmente el valor de la energía potencial de dicho cuerpo. En cambio, cuando aumenta la distancia en un campo no uniforme, la energía gravitatoria también lo hace, pero no de modo directamente proporcional, sino más lentamente cuanto más alejado se encuentra el cuerpo de la superficie del planeta.



La rapidez de escape de la Tierra

La rapidez de escape de la Tierra es de 11,19 km/s. Este valor fue calculado en el capítulo 4 (página 75).

Si se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba desde la superficie terrestre, volverá a caer. Si es lanzado con una rapidez un poco mayor, alcanzará una mayor altura, pero también terminará cayendo. Sin embargo, hay un valor determinado de velocidad para el cual el cuerpo ya no retornará a nuestro planeta, sino que se alejará de él indefinidamente. Este valor se denomina **rapidez de escape** y es posible calcularlo a partir del concepto de conservación de la energía mecánica.

Si se consideran despreciables los efectos de la resistencia del aire, es posible plantear la conservación de la energía mecánica asumiendo que la rapidez del cuerpo será nula en un punto infinitamente alejado de la Tierra, donde se encuentre libre de su atracción gravitacional.

$$Em_o = Em_f \qquad \Rightarrow \qquad Ec_o + Epg_o = Ec_f + Epg_f$$

En el estado inicial, la rapidez de despegue de la Tierra es la rapidez de escape; y la energía potencial gravitatoria es la que posee por encontrarse a una distancia igual al radio terrestre. Luego, la energía mecánica inicial es:

$$Em_0 = \frac{m \cdot v_e{}^2}{2} - \frac{G \cdot M_T \cdot m}{R} \qquad (1)$$

En el estado final, la rapidez del cuerpo, y por ende su energía cinética, es cero. Además su energía potencial gravitatoria también es nula, dado que se halla a una distancia infinita del centro de la Tierra. En otras palabras, la energía mecánica en el estado final es cero, y por lo tanto:

$$Em_f = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{G \cdot M_T \cdot m}{d} = 0 \qquad (2)$$

Dado que la energía mecánica se mantiene constante, $Em_0 = Emf$, por lo tanto de (1) y (2) se obtiene que:

$$\frac{m \cdot v_e{}^2}{2} - \frac{G \cdot M_T \cdot m}{R} = 0, \text{ luego } \frac{m \cdot v_e{}^2}{2} = \frac{G \cdot M_T \cdot m}{R} \text{ y por lo tanto:}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_T}{R}}$$

Teniendo en cuenta que la masa de la Tierra es $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg, su radio $R = 6{,}37 \cdot 10^6$ m y que la constante de gravitación universal $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, la rapidez de escape desde la Tierra vale:

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 6 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{6{,}37 \cdot 10^6\ \text{m}}} = 11{,}19 \text{ km/s}$$

Es decir que, si se lanza un cuerpo desde la superficie terrestre con una rapidez de 11,19 km/s, nunca regresará, dado que alcanzaría una posición infinitamente alejada, libre de la atracción gravitatoria de nuestro planeta.

En realidad, cuando se lanza un cuerpo más allá de la atracción terrestre, el cohete impulsor lo lleva primero fuera de la atmósfera, y en otra etapa se le suministra la velocidad inicial necesaria para no volver a la Tierra y orientarse según la trayectoria programada.

ACTIVIDADES

19. Calculen el mínimo valor de la energía cinética necesario para que un módulo lunar de 15 toneladas logre despegar y escapar de su atracción gravitatoria.
($M_L = 7{,}34 \cdot 10^{22}$ kg ; $R_L = 1{,}74 \cdot 10^6$ m)

Agujeros negros

Un agujero negro es un cuerpo de gran concentración de masa, de modo que el campo gravitatorio que produce es tan intenso que no permite que nada escape de él, ni siquiera la luz. Esta idea fue propuesta inicialmente por John Michell (1724-1793) en 1783, quien calculó que un cuerpo con un radio equivalente a 500 radios solares con su misma densidad sería invisible, puesto que la luz no podría salir de su campo gravitatorio. Pierre Simon de Laplace (1749-1827) sostuvo en 1796 una idea similar. El término **agujero negro**, actualmente utilizado, fue inventado por el astrofísico estadounidense John Wheeler en 1969.

A pesar de no poder observarse porque la radiación emitida por ellos no puede escapar, los agujeros negros podrían ser detectados por su atracción gravitatoria sobre otros cuerpos celestes. Actualmente existen variadas pruebas de su existencia, e incluso algunos astrónomos suponen que su cantidad podría ser mayor que la de las estrellas visibles que, solo en nuestra galaxia, llegarían a unos cien mil millones. El mismo centro de la Vía Láctea podría contener un gran agujero negro con una masa equivalente a cien mil veces la del Sol.

Actualmente se supone que en el centro de la mayoría de las galaxias existen agujeros negros supermasivos.

Aplicaciones de la rapidez de escape a los agujeros negros

a. Calculen el mínimo radio que debería tener una estrella con la misma masa que el Sol, antes de transformarse en un agujero negro.
b. Determinen qué densidad tendría dicha estrella.

a. De la fórmula de rapidez de escape se tiene que: $v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_*}{R_*}}$, donde M_* y R_* son, respectivamente, la masa y el radio de la estrella.

Considerando que el máximo valor posible de rapidez (v_e) es el de la luz, cuyo valor es c, se llega a la siguiente expresión:

$$R_* = \frac{2 \cdot G \cdot M_*}{c^2}$$

Esta ecuación indica que cualquier estrella de masa M_* con radio menor que R_* no permitiría escapar la luz, por lo cual no sería visible. Es el caso de un agujero negro.

Se denomina **radio de Schwartzschild** al mínimo radio que debe poseer una estrella para ser un agujero negro. En el caso de una estrella con la masa del Sol, el radio mínimo sería aproximadamente de:

$$R_{\text{min}} = \frac{2 \cdot G \cdot M_{sol}}{c^2} = \frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2 \cdot 2 \cdot 10^{30}\ \text{kg}}{(3 \cdot 10^8\ \text{m/s})^2} = 2964{,}44\ \text{m} \approx 3\ \text{km}$$

Es decir que, una estrella con la masa del Sol debería tener un radio de solamente unos tres kilómetros. En el caso del astro, su radio es de unos $7 \cdot 10^5$ km, es decir, un valor muchísimo mayor que el calculado.

b. La densidad media (δ) de esta estrella se puede calcular aproximadamente como el cociente entre su masa y su volumen, suponiendo que es un cuerpo esférico y homogéneo. Es decir,

$$\delta = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3} = \frac{3 \cdot M}{4 \cdot \pi \cdot R^3} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^{30}\ \text{kg}}{4 \cdot \pi \cdot (3 \cdot 10^3\ \text{m})^3} \approx 1{,}7 \cdot 10^{19}\ \text{kg/m}^3$$

Una estrella con la masa del Sol y un radio de unos 3 km, tendría una densidad extremadamente grande. En este caso, en cada metro cúbico habría concentrada una masa media de unos $1{,}7 \cdot 10^{19}$ kg.

Trabajo de las fuerzas no conservativas

Cuando sobre un cuerpo actúan fuerzas no conservativas, como por ejemplo, la fuerza de rozamiento, su cantidad de energía mecánica no permanece constante debido, en general, a la disipación que se produce en forma de calor.

A partir del teorema del trabajo-energía, se tiene que el trabajo de la fuerza resultante es igual a la variación de energía cinética del cuerpo. Es decir $W_{resultante} = \Delta Ec$ (1). Como, además, el trabajo de la fuerza resultante es necesariamente igual al trabajo de todas las fuerzas, sean conservativas o no conservativas, se tiene que: $W_{resultante} = W_C + W_{NC}$ (2). De (1) y (2) se deduce que $W_C + W_{NC} = \Delta Ec$. Dado que, por otra parte, $W_C = -\Delta Ep$, entonces $-\Delta E_p + W_{NC} = Ec$, que equivale a:

$$W_{NC} = Ec + \Delta Ep = \Delta Em$$

Es decir que, en el caso de la acción de fuerzas no conservativas, la variación de energía mecánica es igual al trabajo mecánico realizado por dichas fuerzas. La expresión matemática es:

$$\Delta Em = W_{NC}$$

donde W_{NC} es el trabajo de las fuerzas no conservativas.

En el caso de que la única fuerza no conservativa que actúe sobre el cuerpo sea la fuerza de rozamiento, entonces la ecuación puede escribirse como:

$$\Delta Em = W_{Froz}$$

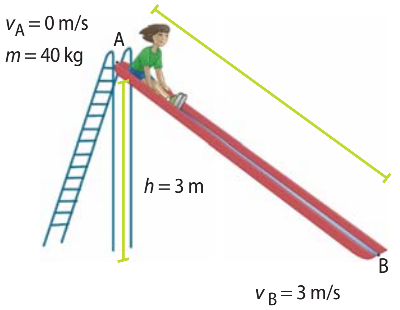
donde W_{Froz} es el trabajo de fuerza de rozamiento.

ACTIVIDADES

20. Un automóvil de 1000 kg que se desplaza a 20 m/s se detiene en una distancia de 30 m. ¿Cuál es la intensidad de la fuerza de frenado?

21. Una niña cuya masa es de 20 kg se deja caer deslizándose por la pendiente de un tobogán cuya altura es de 2 m. Si llega al suelo con una rapidez de 2 m/s y la fuerza de rozamiento sobre ella es de 90 N, ¿cuál es la longitud del tobogán?

Aplicaciones de la no conservación de la energía mecánica



Una niña de 40 kg de masa se deja caer deslizándose por la pendiente de un tobogán cuya altura es de 3 m. Si llega al suelo con una rapidez de 3 m/s:

a. ¿cuál es el valor de la energía mecánica de la niña en el punto más alto?

b. ¿cuál es el valor de su energía mecánica en el suelo?

c. ¿cuál es la cantidad de calor disipada por rozamiento?

d. ¿cuál es la intensidad de la fuerza de rozamiento si el largo del tobogán es 5 m?

a. $Em_o = Ec_o + Epg_o = \frac{m \cdot v_0^{\,2}}{2} + m \cdot |\vec{g}| \cdot h_0 = 0\ J + 40\ kg \cdot 9{,}80\ m/s^2 \cdot 3\ m = 1176\ J$

b. $Em_f = Ec_f + Epg_f = \frac{m \cdot v_f^{\,2}}{2} + m \cdot |\vec{g}| \cdot h_f = \frac{40\ kg \cdot (3\ m/s)^2}{2} + 0\ J = 180\ J$

c. Dado que la energía mecánica final es menor que la energía mecánica inicial, parte de ella fue disipada al medio exterior en forma de calor debido a la acción de la fuerza de rozamiento, que es una fuerza no conservativa. Por lo tanto, la variación de energía mecánica es igual a la cantidad de calor liberado:

$$\Delta E = E_f - E_o = 180\ J - 1176\ J = -996\ J$$

Se disipan entonces 996 J.

d. Como $\Delta E_M = W_{Froz} = Froz \cdot d \cdot \cos\alpha$, entonces:

$$F_{roz} = \frac{\Delta E_M}{d \cdot \cos\alpha} = \frac{-\ 996\ J}{5m \cdot \cos 180°} = 199{,}20\ N$$

Potencia

La **potencia** es la magnitud escalar que expresa la cantidad de energía transferida o transformada por unidad de tiempo. Por ejemplo: la potencia de un motor de combustión, como el de un automóvil, es la cantidad de energía química que éste puede transformar en energía mecánica por unidad de tiempo. La potencia de una lamparita eléctrica es la energía eléctrica que ésta transforma en energía lumínica y calor por unidad de tiempo. Simbólicamente puede expresarse la potencia de la siguiente manera:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

donde ΔE es la cantidad de energía trasferida, y Δt el tiempo transcurrido.

En realidad, P es la potencia media desarrollada, dado que al considerar solamente los estados final e inicial, puede haber variaciones de energía en el medio del proceso que no se toman en cuenta (picos de energía, momentos donde no se transfirió energía por detención momentánea de la actividad, etc.).

La unidad de potencia en el sistema internacional se llama watt, en honor al ingeniero James Watt, (1736-1819). Un watt (W) equivale a la potencia desarrollada al transferir o transformar un joule de energía en un segundo. Simbólicamente: W = J/s. Por ejemplo, una lamparita de 60 W transforma 60 joules por segundo de energía eléctrica en energía lumínica y calórica. Una de 75 W transforma 75 joules por segundo.

Dado que la energía se puede transformar por medio del trabajo mecánico, entonces la potencia también puede calcularse en algunos casos como el trabajo realizado por unidad de tiempo. Matemáticamente:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

donde ΔW es la cantidad de trabajo mecánico realizado, y Δt el tiempo transcurrido.

De esta ecuación se puede deducir que cuanto menor sea el tiempo empleado en la transferencia de energía, mayor será la potencia desarrollada, y viceversa. En la industria, entre dos motores que transforman la misma cantidad de energía, es preferible aquél que lo hace en un tiempo menor, es decir el que desarrolla mayor potencia.

Es importante diferenciar los conceptos de energía y potencia. La cantidad de energía necesaria para elevar una caja de 50 N desde el suelo hasta una altura de 2 m es la misma, tanto si se la levanta en un segundo como en tres. La energía mínima en cada caso es igual al trabajo de la fuerza necesaria para vencer el peso de la caja. Es decir:

$$W = F \cdot \Delta x = 50\ N \cdot 2\ m = 100\ J$$

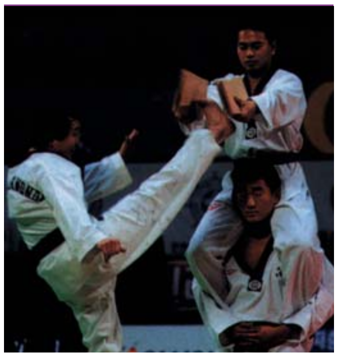
Sin embargo, en el primer caso la energía es transformada rápidamente, mientras que en el segundo, la misma cantidad de energía es transformada en un lapso mayor. Por lo tanto, la potencia desarrollada en el primer caso es mayor que en el segundo. Se observa entonces que esta magnitud toma en cuenta tanto la cantidad de energía como el tiempo requerido para transferirla. Numéricamente:

$$P_1 = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{100\ J}{1\ s} = 100\ W \qquad y \qquad P_2 = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{100\ J}{3\ s} = 33{,}33\ W$$

Thomas Savery construyó el primer motor de vapor en el año 1698, y propuso como unidad de medida la potencia desarrollada por un caballo. Así surgió el concepto de **caballo de fuerza** o **potencia de un caballo** (HP = horse power).
Actualmente, se sabe que la potencia realmente desarrollada por un caballo es algo inferior a 1 HP : 1 HP = 746 W.
La potencia puede expresarse también en función de la velocidad, de la siguiente manera:

$$P = F \cdot v$$

En el arte marcial conocido como tae-kwon-do, para quebrar una pila de listones de madera, se imparte la mayor fuerza con la mayor rapidez posible, y también se desarrolla la mayor potencia en el impacto.



ACTIVIDADES

22. Calculen la potencia que desarrolla un automóvil que se desplaza a una velocidad constante de 13 m/s, si la fuerza de rozamiento sobre el vehículo es de 500 N.

Einstein y las montañas rusas

"Consideremos la atracción popular de la montaña rusa. Se levanta un pequeño tren hasta el punto más alto de una vía. Al dejarlo libre, empieza a rodar, por acción de la fuerza gravitatoria, primero hacia abajo, y sigue subiendo y bajando por un fantástico camino curvo, lo cual produce en los viajeros la emoción debida a los cambios bruscos de velocidad. Toda montaña rusa tiene su punto más elevado en el lugar donde se inicia el viaje y no alcanza nunca, en todo su recorrido, otra altura igual.(...)

(...) Con relación al experimento ideal, imaginemos que alguien descubriera un procedimiento capaz de eliminar el roce que acompaña siempre al movimiento y se decidiera a aplicar su invento a la construcción de una montaña rusa, debiendo arreglárselas solo para encontrar la manera de construirla. El vehículo ha de descender y ascender repetidas veces; su punto de partida estará a 35 metros, por ejemplo. Al final de varias tentativas, descubriría la sencilla regla siguiente: puede darle a la trayectoria la forma que le plazca, con tal de que la elevación no exceda la de la posición inicial. Si el vehículo debe efectuar todo el recorrido libremente, entonces la altura de la montaña puede alcanzar los 35 metros todas las veces que quiera, pero nunca excederla. La altura primera no puede recuperarse jamás si el vehículo marcha sobre rieles verdaderos, a causa de la fricción, pero nuestro hipotético ingeniero no necesita preocuparse por ella. (...)(...)En el punto más elevado, el vehículo tiene una velocidad nula o cero y está a 35 metros del suelo. En la posición más baja posible, su distancia al suelo es nula, siendo, en cambio, máxima su velocidad. Estos hechos pueden ser expresados en otros términos. En la posición más elevada, el vehículo tiene energía potencial pero no energía cinética o de movimiento. En el punto más bajo, posee la máxima energía cinética pero ninguna energía potencial. Toda posición intermedia, donde hay determinada velocidad y elevación, tiene ambas energías. La energía potencial crece con la elevación, mientras que la energía cinética aumenta con la velocidad. (...) La energía total, potencial más cinética, se comporta como dinero cuyo valor queda intacto a pesar de múltiples cambios de un tipo a otro de moneda, por ejemplo de dólares a pesetas y viceversa, de acuerdo con un tipo de cambio bien definido."

Albert Einstein y Leopold Infeld. *La evolución de la Física*. Salvat Editores, S.A. Barcelona, 1986.

ACTIVIDADES

A partir de la lectura del texto, respondan a los siguientes interrogantes.

a. ¿Es posible que el tren de una montaña rusa real supere la altura de la primera elevación? ¿Y que la alcance? ¿Por qué?

b. ¿Es posible eliminar totalmente el rozamiento?

c. Suponiendo el caso ideal, sin rozamiento, propuesto por los autores: ¿con qué valor de velocidad llegará el tren al suelo?

d. ¿En qué es análogo el dinero a la energía mecánica?

IDEAS BÁSICAS DE LA UNIDAD

- El **trabajo mecánico** (W) realizado por una fuerza se define como el producto del módulo del desplazamiento (Δx) por la componente de la fuerza paralela a éste ($F \cdot \cos\alpha$).

- El trabajo es nulo cuando la fuerza es ejercida perpendicularmente al desplazamiento.

- Maxwell definió la **energía** como la capacidad de un sistema para realizar trabajo.

- La **energía cinética** es la energía que tienen los cuerpos que se encuentran en movimiento.

- El **trabajo mecánico** de la fuerza resultante sobre un cuerpo es igual a la variación de su energía cinética.

- La **energía potencial gravitatoria** es la energía que posee todo cuerpo que se halla a una altura determinada dentro de un campo gravitatorio constante, con respecto a un cero de referencia arbitrario.

- La **energía mecánica** de un cuerpo, en un punto determinado del espacio, es igual a la suma de sus energías cinética, potencial gravitatoria y potencial elástica en dicho punto.

- La cantidad de energía mecánica de un sistema aislado en el que solamente actúan fuerzas conservativas permanece constante.

- La variación de energía mecánica es igual al trabajo mecánico realizado por las fuerzas no conservativas.

- La **potencia** expresa la cantidad de energía transferida o transformada por unidad de tiempo.

Fórmulas

$W = \lvert\vec{F}\rvert \cdot \lvert\vec{\Delta x}\rvert \cdot \cos\alpha = F_x \cdot \Delta x$	Trabajo mecánico	$Ec = \dfrac{m \cdot v^2}{2}$	Energía cinética
$Epg = m \cdot \lvert\vec{g}\rvert \cdot h$	Energía potencial gravitatoria de un campo uniforme	$Epg = -\dfrac{G \cdot M \cdot m}{d}$	Energía potencial gravitatoria de un campo no uniforme
$Epe = \dfrac{k \cdot (\Delta x)^2}{2}$	Energía potencial elástica	$Em_A = Ec_A + Epg_A + Epe_A$	Energía mecánica
$W_{fuerza\ resultante} = \Delta Ec$	Trabajo de la fuerza resultante	$\Delta Em = W_{NC}$	Variación de la energía mecánica
$P = \dfrac{\Delta E}{\Delta t}$	Potencia		

ACTIVIDADES DE INTEGRACIÓN

1. Calculen la energía cinética de una bala de 200 g cuya velocidad es de 300 m/s.

2. Un resorte de constante elástica $k = 300$ N/m se estira y adquiere una energía de 20 J. ¿Cuál es la elongación del resorte?

3. Una pelota de béisbol tiene una masa de 140 g. Llega al guante del catcher con una velocidad de 30 m/s y mueve 25 cm hacia atrás su mano hasta detenerla completamente. ¿Cuál fue la fuerza que la pelota ejerció sobre el guante?

4. ¿Cuál es el valor del trabajo mecánico que debe realizarse para detener un automóvil de 1000 kg que se desplaza a una rapidez de 20m/s?

5. Una bomba eleva 6 kg de agua por minuto, hasta una altura de 4 m. ¿Cuál es la potencia desarrollada por el motor de dicha bomba?

6. En un adulto, la energía media liberada por cada litro de oxígeno consumido es de unos $2 \cdot 10^4$ J. Si una persona consume 1,40 litro de oxígeno por minuto durante un pedaleo rápido, ¿cuál es la potencia desarrollada?

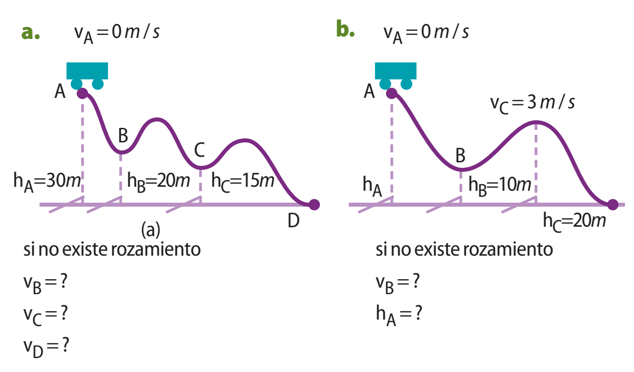
7. Un operario de una empresa constructora eleva a velocidad constante un bloque de 15 kg a una altura de 5 m por medio de una soga. Si para ello emplea un tiempo de 30 segundos:

a. ¿cuál es la intensidad de la fuerza ejercida por el operario?; ¿por qué?
b. ¿cuál es el valor del trabajo mecánico efectuado por él?
c. ¿cuál es la cantidad de energía que transfiere al bloque?
d. ¿cuál es la potencia desarrollada por el trabajador?
e. Si el bloque fuera elevado mediante un motor eléctrico en 10 segundos:
  i. ¿cuál sería la cantidad de energía transferida al bloque?
  ii. ¿cuál sería la potencia desarrollada por el motor?

8. Un atleta de salto con garrocha alcanza una altura máxima de 4,70 m durante una prueba. Despreciando el rozamiento, determinen su:

a. energía potencial gravitatoria inicial;
b. energía potencial gravitatoria en la altura máxima;
c. energía cinética en la altura máxima;
d. energía mecánica en la altura máxima;
e. energía mecánica inicial;
f. energía mecánica en la mitad de su altura máxima;
g. energía cinética inicial;
h. rapidez inicial (de despegue).

9. Los siguientes esquemas representan montañas rusas. Calculen las variables desconocidas suponiendo que no existe rozamiento entre el carrito y las vías.



10. ¿En qué caso es mayor el valor de la energía potencial gravitatoria de Romeo al subir al balcón de Julieta:

a. por una escalera;
b. por una soga ;
c. en un globo aerostático (todavía no existía);
d. en una máquina voladora de Leonardo da Vinci (si hubiese funcionado)?

11. En qué caso es mayor la variación de energía potencial gravitatoria adquirida por un piano al subirlo a un camión: ¿por un plano inclinado largo, o por uno corto? (Consideren que ambos planos tienen la misma altura.)

12. ¿En qué caso es mayor el trabajo realizado por la fuerza peso al subir el piano de la pregunta anterior? ¿Por qué?

13. Un atleta va a realizar un salto vertical, y antes de comenzar el movimiento, la energía cinética, la potencial gravitatoria y la elástica son todas cero. ¿Cómo es posible entonces el salto si la energía no se crea de la nada?

14. Cuando un paracaidista contacta el suelo, ¿qué sucede con la energía que traía en la caída si finalmente queda quieto y en altura cero? ¿Desaparece?

15. Al empujar un ropero, le entregamos una cierta cantidad de energía. ¿Qué sucede con esa energía si el ropero queda quieto al dejar de aplicarle la fuerza?

16. Determinen cuánta energía potencial gravitatoria adquieren al subir las escaleras de la escuela, de la casa, etc. Midan las magnitudes que necesiten para realizar los cálculos.

AUTOEVALUACIÓN

Determinen si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera (V) o falsa (F). Justifiquen en cada caso.

1	Dos cuerpos que se desplazan a igual rapidez poseen igual energía cinética.	
2	Si la rapidez de un cuerpo se duplica, entonces su energía cinética también se duplica.	
3	La expresión $W_{AB} = Ep_A - Ep_B$ es válida cuando actúan fuerzas no conservativas.	
4	En un campo uniforme, la diferencia de energía potencial gravitatoria entre 0 m y 1 m es menor que entre 1 m y 2 m.	
5	El trabajo de la fuerza normal sobre un cuerpo es nulo.	
6	El trabajo del peso de un cuerpo que se desliza en un plano inclinado es cero.	
7	La energía cinética nunca puede ser negativa.	
8	La fuerza de rozamiento es una fuerza conservativa.	
9	Un péndulo que oscila libremente posee su máxima energía cinética en la posición más baja de su trayectoria.	
10	Una pelota puede rebotar a una altura mayor que la inicial cuando se la deja caer libremente.	
11	Un resorte adquiere la misma energía potencial elástica cuando se lo estira 3 cm que cuando se lo comprime la misma longitud.	
12	Un cuerpo conserva su energía cinética cuando se desplaza exclusivamente bajo la acción de fuerzas conservativas.	
13	La energía potencial gravitatoria se calcula siempre como $m \cdot g \cdot h$.	
14	Las fuerzas no conservativas siempre producen una disminución de la energía mecánica del cuerpo.	
15	Si la velocidad de un cuerpo es constante, el trabajo mecánico de cada fuerza sobre el cuerpo es cero.	
16	El trabajo de una fuerza puede ser negativo.	
17	El trabajo de las fuerzas no conservativas es igual a la variación de la energía cinética de un cuerpo.	
18	La energía se mide en watt.	
19	La potencia es menor cuanto mayor es el tiempo empleado en transformar una cantidad de energía.	
20	La energía cinética en la máxima altura de un tiro oblicuo es cero.	